

Optimierung iterativer Rekonstruktionsverfahren bei unvollständigen Daten zur Anwendung in der Computerlaminographie

Dissertation
zur Erlangung des Grades des
Doktors der Naturwissenschaften
der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultäten
der Universität des Saarlandes

von
Christian Schorr

Saarbrücken
Januar 2013

Betreuer: Univ.-Prof. Dr. Dr. h.c. Alfred K. Louis

Tag des Kolloquiums: 22.04.2013

Dekan: Univ.-Prof. Dr. M. Groves
Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. S. Rjasanow

Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr. Dr. h.c. A.K. Louis
Univ.-Prof. Dr. T. Schuster

Akademischer Mitarbeiter: Dr. M. Riplinger

Eidesstattliche Versicherung

Hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet. Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form in einem Verfahren zur Erlangung eines akademischen Grades vorgelegt.

Saarbrücken, 25.01.2013

Kurzfassung

Die Computertomographie (CT) ist ein in Medizin und zerstörungsfreier Prüfung (ZfP) weit verbreitetes dreidimensionales bildgebendes Verfahren. Die mathematische Modellierung der CT führt zur Radontransformation, deren Inversion ein klassisches schlecht gestelltes Problem darstellt. Neben den Rekonstruktionsalgorithmen der gefilterten Rückprojektion existieren auch iterative Verfahren, welche die Möglichkeit bieten, Vorwissen über das zu rekonstruierende Objekt zu nutzen. Besonders in Fällen, in denen nur wenige oder unvollständige Daten vorliegen, wie beispielsweise in der Computerlaminographie (CL), führt die Verwendung dieser a priori Information zu deutlich besseren Ergebnissen gegenüber herkömmlichen Rekonstruktionsverfahren. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, iterative Rekonstruktionsverfahren so zu optimieren, dass durch unvollständige Daten hervorgerufene Artefakte kompensiert werden und die resultierenden Rekonstruktionen eine Fehleranalyse des untersuchten Objektes im Rahmen der zerstörungsfreien Prüfung erlauben. Zu diesem Zweck werden Abtaststrategien entwickelt um Aliasing-Artefakte zu reduzieren. Dreidimensionale Volumenfilter werden in den Rekonstruktionsprozess integriert um verrauschte und artefaktbehaftete Rekonstruktionen aus wenigen Projektionsbildern zu kompensieren. Morphologische Operatoren werden eingesetzt, um effektive a priori Gewichtungsvolumen zu berechnen. Bisherige fehlerhafte a priori Verfahren werden durch angepasste Strahl-längenkorrekturen berichtigt und erreichen deutliche Kontrastverbesserungen. Die besonders im Bereich der Computerlaminographie auftretenden, durch abgeschnittene Projektionen bedingte, *region-of-interest*-Artefakte und Kontrastschwankungen werden durch eine geometrische Strahl-gewichtung kompensiert. Die erreichten Verbesserungen werden anhand von simulierten und real gemessenen Datensätzen demonstriert.

Abstract

Computed tomography (CT) is a three-dimensional imaging method, widely used in medicine and non-destructive testing (NDT). The mathematical model of CT leads to the Radon transform, whose inversion constitutes a classic ill-posed inverse problem. Apart from the reconstruction algorithms of filtered backprojection type, there also exist iterative methods, which allow to exploit a priori knowledge about the object. Especially if only few or limited data are available, as in computed laminography (CL), using this a priori information leads to much better results than those of standard reconstruction algorithms. The aim of the present work lies in optimizing iterative reconstruction techniques to compensate for artifacts caused by limited data thus rendering the resulting reconstructions amenable to NDT defect analysis. To that end, sampling strategies are developed, reducing aliasing artifacts. Three-dimensional volume filters are integrated into the reconstruction process to correct noisy and artifact-ridden reconstruction due to few projections. Morphologic operators are used to compute effective a priori weighting volumes. Previous, faulty a priori methods are rectified by adapted ray length corrects thereby achieving significant increases in image contrast. Region-of-interest artifacts caused by truncated projections, which are common in computed laminography, are compensated for by a geometric ray weighting algorithm. Simulated and real measured data sets are used to demonstrate the achieved algorithmic improvements.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn Prof. Louis und Herrn Dr. Maisl für die herausfordernde und praxisnahe Aufgabenstellung bedanken. Prof. Louis hat mir große wissenschaftliche Freiräume zum Entfalten eigener Ideen gewährt, mich gleichzeitig aber stets bei auftretenden Problemen unterstützt und dafür gesorgt, dass diese Arbeit auch zu einem Ende findet. Dr. Maisl hat mich mit seiner physikalisch-technischen Blickweise desöfteren auf wichtige Details und relevante Aspekte aus Sicht der zerstörungsfreien Prüfung aufmerksam gemacht, die für den Mathematiker nicht relevant erschienen. Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Prof. Schuster, der sich als Zweitgutachter zur Verfügung gestellt hat.

Dank gilt natürlich auch dem Fraunhofer IZfP und besonders der gemeinsamen Röntgenabteilung EZRT mit dem Fraunhofer IIS Fürth, die mir seit Studienbeginn die Möglichkeit zum wissenschaftlichen Arbeiten und Forschen bieten. Die namentliche Würdigung aller verdienten Personen würde den verfügbaren Rahmen übersteigen, daher bedanke ich mich kollektiv für die angenehme Arbeitsatmosphäre, die unzähligen Diskussionen und Ratschläge, die zum Gelingen dieser Arbeit entscheidend beigetragen haben. Hervorheben will ich trotzdem die studentischen Mitarbeiter, die mir bei programmiertechnischen Problemen hilfreich zur Seite gestanden und für ein freundschaftlich-kreatives Büroklima gesorgt haben. Auch Herrn Prof. Slusallek und Herrn Marsalek gilt mein Dank für die langjährige Kooperation auf dem Gebiet der iterativen Rekonstruktion auf Grafikkarten. Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Weickert und Herrn Zhang für die Bereitstellung des anisotropen Volumendifusionsfilters im Rahmen eines gemeinsamen Forschungsprojektes. Frau Kardinal danke ich besonders für das engagierte Korrekturlesen und Kommentieren aus nicht-mathematischer Sicht.

Der größte Dank gebührt meinen verständnisvollen und geduldigen Eltern, Großeltern und Freunden für die allumfassende Unterstützung und Nachfrage, wann ich denn endlich abgeben würde, die sehr zum endgültigen Gelingen beitragen. Daher sei ihnen diese Doktorarbeit gewidmet.

Inhaltsverzeichnis

0.1	Einleitung	7
0.2	Zielsetzung und Lösungsansätze	8
0.3	Gliederung	9
1	Mathematische Grundlagen	11
1.1	Mathematische Modellierung des physikalischen Prozesses	11
1.1.1	Radon-Transformation	12
1.1.2	Fächerstrahl-Transformation	13
1.1.3	<i>Cone-beam</i> -Transformation	14
1.2	Rekonstruktionsalgorithmen	15
1.2.1	Rückprojektionsverfahren	15
1.2.1.1	<i>Limited-Angle</i> -Feldkamp-Verfahren	15
1.2.1.2	Tomosynthese	17
1.2.2	Iterative Verfahren	19
1.2.2.1	Algebraic reconstruction technique (ART)	19
1.2.2.2	Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART)	22
2	Computerlaminographie	23
2.1	Grundlagen der Computerlaminographie	23
2.1.1	Stand der Technik	24
2.1.2	Abgrenzung Computertomographie - Computerlaminographie	25
2.2	Computerlaminographische Geometrien	27
2.2.1	<i>Limited-angle</i> Kreisbahn	27
2.2.2	Translationslaminographie	29
2.2.2.1	Parallele Translationslaminographie	29
2.2.2.2	Gegenläufige Translationslaminographie	30
2.2.3	Rotationslaminographie	32
2.2.3.1	Planare Rotationslaminographie	32
2.2.3.2	Rotationslaminographie CLARA	35
2.2.4	Grenzen der Computerlaminographie	38
3	Iterative Rekonstruktion	39
3.1	Implementierung und Parameterwahl	39
3.1.1	Projektionsoperator	39
3.1.2	Parameterwahl für (S)ART Rekonstruktion	42
3.1.2.1	Projektionsreihenfolge	42
3.1.2.2	Alternative Basisfunktionen	42
3.1.2.3	Relaxationsfaktor	42
3.1.2.4	Normierung	43
3.1.2.5	Iterationsanzahl	43
3.1.2.6	Darstellung der Rekonstruktion	43
3.1.2.7	Messdaten	43
3.1.2.8	Geometrieparameter	43

3.2	Korrektur von Aliasing-Artefakten	45
3.2.1	Abtaststrategien	45
3.2.1.1	Quadratisches Gitter	45
3.2.1.2	Quadratisches Gitter mit Überabtastung	45
3.2.1.3	Quadratisches Gitter mit Jittering	46
3.2.1.4	Hexagonales Gitter	47
3.2.1.5	Numerische Ergebnisse	48
3.2.2	Intrarekonstruktionale Volumenfilterung	54
3.2.2.1	3D Median Filter	54
3.2.2.2	Anisotrope Diffusionsfilter	55
3.2.2.3	Numerische Ergebnisse	56
3.2.2.3.1	Würfelfantom	56
3.2.2.3.2	Kunststoffrad	62
4	Einbinden von a priori Information	75
4.1	Startvolumen als a priori Information	76
4.2	Gewichtungsvolumen als a priori Information	82
4.2.1	Gewichtungsextraktion durch morphologische Operatoren	82
4.2.1.1	Schwellwertbinarisierung	82
4.2.1.2	Einfache morphologische Verfahren	83
4.2.1.3	Mehrstufige morphologische Verfahren	84
4.2.1.4	Furring	85
4.2.2	Algorithmische Adaption	86
4.2.2.1	A priori Rekonstruktion	86
4.2.2.2	A priori Rekonstruktion mit Strahllängenkorrekturen	88
4.2.3	Experimentelle Ergebnisse	92
4.2.3.1	Reduktion der Projektionsanzahl bei vollständigen Daten	92
4.2.3.2	Eingeschränkter Winkelbereich - Swinglaminographie	98
5	Region of interest	105
5.1	Region of interest Korrektur bei computerlaminographischen Geometrien	105
5.1.1	Numerische Ergebnisse	107
5.1.1.1	Faserverstärkte Kunststoffe	108
5.1.1.2	Thermoplast	110
5.1.1.3	PUR	112
6	Zusammenfassung und Ausblick	116
6.1	Zusammenfassung	116
6.2	Ausblick	117
6.2.1	Parallelisierungspotential	117
6.2.2	Optimierungspotential	117
6.2.3	A priori Information über Materialkomposition	117
6.2.4	ROI-Korrektur	118

0.1 Einleitung

Die Computertomographie (CT) ist ein etabliertes Diagnoseverfahren in der Medizin zur Darstellung des Körperinneren. In den vergangenen zehn Jahren hat sich die dreidimensionale Computertomographie ebenfalls zu einem wichtigen Werkzeug in der zerstörungsfreien Prüfung (ZfP) entwickelt. Hier ist besonders die Analyse von Defekten in Bauteilen von Interesse. Ein typisches industrielles CT-System besteht aus einer Röntgenröhre, einem digitalen Flachbildetektor und einem Manipulationssystem zur Bewegung des Prüfobjektes. Während einer 360° Rotation des Objektes um seine eigene Achse wird ein zweidimensionaler Datensatz von Durchstrahlungsbildern, sogenannten Projektionen, aufgenommen, der zur Berechnung einer dreidimensionalen Darstellung der Dichteverteilung des untersuchten Objektes benutzt wird. Die Modellierung dieses physikalischen Vorgangs führt zur Radontransformation, deren Inversion ein klassisches **schlecht gestelltes inverses Problem** darstellt [35]. Bei solchen Problemen hängt die Lösung nicht stetig von den Daten ab, das bedeutet, dass kleine Messfehler die Lösung bereits stark verändern können. Das dazu in der Praxis am Häufigsten verwendete Rekonstruktionsverfahren ist der Feldkamp-Algorithmus aus der Klasse der gefilterten Rückprojektionsverfahren [8].

Die zerstörungsfreie Prüfung wird häufig mit Objekten wie elektronischen Leiterplatten, großen Rotorblättern oder anderen planaren Bauteilen konfrontiert. Diese Objekte sind meist zu groß oder schwer, um in einer herkömmliche CT-Anlage untersucht zu werden. Oftmals wird auch eine sehr hohe Auflösung benötigt, welche eine hohe Vergrößerung und damit einen geringen Abstand des Prüfobjektes zur Röntgenquelle erfordert. Bei planaren Objekten kann es dabei vorkommen, dass aus geometrischen Gründen keine volle 360° Rotation möglich ist, da ansonsten das Objekt mit der Röntgenquelle kollidieren würde. In solchen Fällen liefern herkömmliche Rekonstruktionsverfahren wie der Feldkamp-Algorithmus keine zufriedenstellenden Ergebnisse, da nur ein begrenzter Durchstrahlungsbereich messbar ist und somit eingeschränkte Daten (*limited data*) vorliegen.

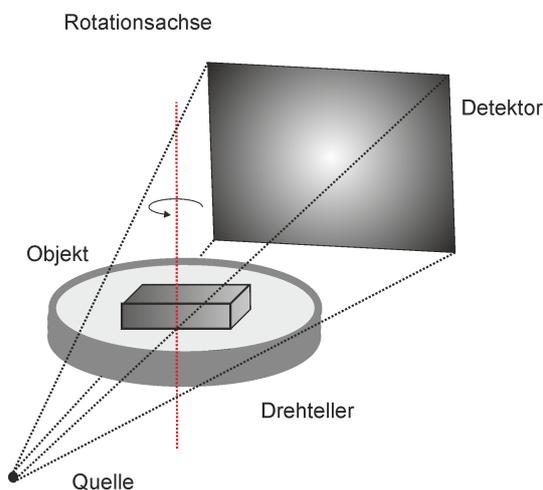


Abbildung 1: CT-Geometrie

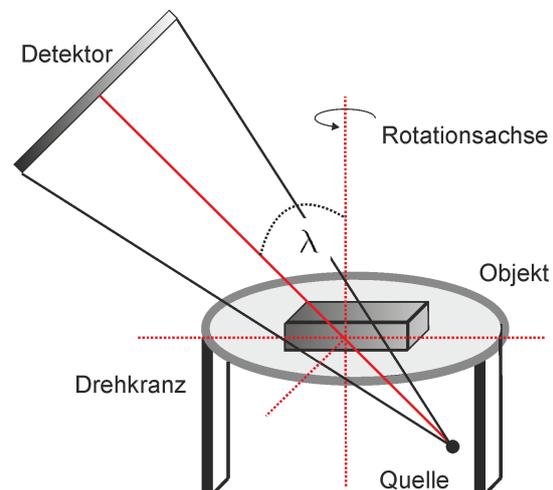


Abbildung 2: CL-Geometrie CLARA

Bei diesen herausfordernden Aufgabenstellungen ist die klassische digitale Laminographie eine Alternative zur Computertomographie. Hierbei wird das Objekt während der Messung nicht rotiert, sondern Röntgenquelle und Detektor bewegen sich synchron auf einer Kreisbahn in zueinander parallelen Ebenen ober- und unterhalb des Objektes. Ein Nachteil der klassischen Laminographie ist die Tatsache, dass nur eine Schicht des Objektes scharf rekonstruiert werden kann. Schichten außerhalb dieser Fokusebenen werden stark verschwommen und artefaktbehaftet dargestellt und sind daher für die Inspektion unbrauchbar. Die Röntgengruppe von Dr. Maisl am Fraunhofer Institut für zerstörungsfreie Prüfverfahren hat Ende der 90er Jahre eine verbesserte Methode - die

Translationscomputerlaminographie (TCL) - entwickelt [40]. Dazu wurde die Tomosynthese, die zu den Rückprojektionsverfahren gehört, durch die algebraische Rekonstruktionstechnik (ART), einem iteratives Verfahren, ersetzt. Dieser 2D-Rekonstruktionsalgorithmus erlaubt durch seine iterative Natur die Einbindung von Vorwissen - a priori Information - über das zu untersuchende Objekt [12]. Diese Information kann in Form der Objektgeometrie vorliegen und ermöglicht das Separieren des Rekonstruktionsvolumens in einen leeren und einen materialgefüllten Bereich und erhöht die Bildqualität bei unvollständigen Daten erheblich. Eine weitere Entwicklung des IzfP ist das CL-System CLARA (Computerlaminographie- und Radiographieanlage) [38], welches das Konzept der planaren Rotationslaminographie der kreisförmigen Bewegung von Quelle und Detektor auf parallelen Ebenen durch eine geeignete Transformation in eine einfache Rotation des Objektes überführt und somit den mechanischen und kalibriertechnischen Aufwand drastisch reduziert. Gerade bei großen Bauteilen zeigt sich hier das prinzipielle Problem der *region of interest* Rekonstruktion. Die unvollständige Abbildung des untersuchten Objektes auf den Detektor führt dazu, dass nur ein Ausschnitt des Gesamtbauteiles rekonstruiert werden kann und erzeugt gleichzeitig durch die unzureichende Modellierung des Volumens starke Artefakte und Kontrastverluste. Untersuchungen an Prüfkörper mit geringen Dichteunterschieden, wie beispielweise faserverstärkten Kunststoffen werden so drastisch erschwert.

0.2 Zielsetzung und Lösungsansätze

Aufgabe der vorliegenden Arbeit ist die Optimierung von iterativen Rekonstruktionsverfahren hinsichtlich Artefaktreduktion und Bildqualität bei Problemstellungen eingeschränkter und unvollständiger Daten, wie sie insbesondere in der Computerlaminographie auftreten.

Hierbei spielt die Unterdrückung der bei iterativen Verfahren auftretenden Aliasing-Artefakten eine große Rolle. Durch geeignete Abtastung des Detektors können diese Störungen kompensiert werden. Eine sehr wichtige Rolle in dieser Arbeit spielt die Einbindung und Adaption von Konzepten aus der Computergrafik und der mathematischen Bildverarbeitung auf die vorliegenden inversen Probleme der Rekonstruktionsalgorithmik. Eine Regularisierung des Volumens durch dreidimensionale Filter während der Rekonstruktion reduziert wirksam Artefakte, die aus fehlenden Daten herrühren.

Um dem Problem der unvollständigen Daten zu begegnen, wird das in [12] vorgestellte Verfahren von der Berechnung zweidimensionaler Schnittbilder auf die dreidimensionale Rekonstruktion des gesamten Objektvolumens erweitert. Die Erzeugung von a priori Gewichtungsvolumen durch einfache Schwellwertbinarisierung wird durch komplexe morphologische Verfahren ersetzt, welche deutlich bessere Ergebnisse erzielen. Die in [12] physikalisch nicht korrekte Einbindung dieser a priori Gewichtungsvolumen wird durch Strahllängenkorrekturmethode gelöst, welche signifikant höhere Kontraste liefern.

In der Computerlaminographie auftretende *region of interest* Artefakte können zu starken Kontrastverlusten in der Rekonstruktion führen. Um diese Aufgabe zu lösen, wird eine Geometrie-basierte Gewichtungskorrektur eingeführt, welche die durch die unzureichende Modellierung verursachten Artefakte kompensiert und eine gleichmäßige Dichterekonstruktion erlaubt.

0.3 Gliederung

Kapitel 1 stellt zunächst die physikalischen und mathematischen Grundlagen der Computertomographie bereit. Die in der Arbeit untersuchten iterativen und rückprojektionsbasierten Rekonstruktionsverfahren werden definiert. Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Computerlaminographie. Eine Abgrenzung zwischen den Begriffen Computertomographie und Computerlaminographie wird gegeben. Außerdem werden die wichtigsten computerlaminographischen Geometrien vorgestellt und ihre Eigenschaften und Anwendungsgebiete anhand von simulierten Testdaten beschrieben. Kapitel 3 behandelt detailliert die iterativen Rekonstruktionsverfahren. Strategien zur optimalen Parameterwahl sowie Implementierungsaspekte werden erläutert. Zur Unterdrückung von Aliasing-Artefakten bei der Rekonstruktion werden verschiedene Abtaststrategien entwickelt und auf ihre Eignung untersucht. Dreidimensionale Volumenfilter werden definiert und anhand von synthetischen und realen Messdaten das Konzept der intrarekonstrukionalen Filterung demonstriert und mit Standardrekonstruktionen verglichen. Kapitel 4 führt verschiedene Methoden zur Ausnutzung von geometrischer a priori Information ein. Neben der Benutzung eines vorrekonstruierten Startvolumens zur Verringerung der notwendigen Projektionsanzahl liegt der Schwerpunkt auf der Einbindung von Gewichtungsvolumen zur Qualitätssteigerung. Verschiedene morphologische Verfahren werden vorgestellt, um aus einer vorhandenen defektfreien Rekonstruktion ein a priori Gewichtungsvolumen zu berechnen. Die Einbindung der a priori Gewichtung wird durch zusätzliche Strahllängenkorrekturen optimiert. Die entwickelten Algorithmen werden anschließend an zwei realen Datensätzen erprobt und analysiert. Als Testobjekt dient eine Poren aufweisende Skischuhschnalle aus einer Magnesiumlegierung in zwei unterschiedlichen Orientierungen. Anhand eines reduzierten Datensatzes mit 10% der üblichen Projektionen in CT-Geometrie und eines Datensatzes mit 90° Winkelbereich in *limited-angle*-Geometrie werden die Verbesserungen demonstriert. Kapitel 5 betrachtet das Problem der *region of interest* Rekonstruktion in der Computerlaminographie und die dabei auftretenden Artefakte. Eine geometrische Korrektur zur Reduzierung dieser Artefakte wird vorgestellt. Die Messungen von drei praxisrelevanten Testobjekten in CLARA Geometrie dienen zur Veranschaulichung der Leistungsfähigkeit des entwickelten Algorithmus. Kapitel 6 fasst die Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche Optimierungen der entwickelten Verfahren. Das Parallelisierungspotential der Algorithmen auf CPU und GPU wird diskutiert sowie erste Ideen zur Einbindung von a priori Information über die vorliegenden Materialien aufgezeigt. Eine Erweiterung des entwickelten ROI-Korrekturverfahrens von rein geometrischen Annahmen auf materialbasiertes Vorwissen wird skizziert.

Kapitel 1

Mathematische Grundlagen

Um aus einzelnen zweidimensionalen Röntgenbildern ein dreidimensionales Volumen der Dichte des untersuchten Objektes zu rekonstruieren, bedarf es zahlreicher mathematischer Überlegungen. Zuerst muss der physikalische Prozess der Durchstrahlung mathematisch modelliert werden. Anschließend muss der so erhaltene Operator invertiert werden, um die Dichteverteilung innerhalb des durchstrahlten Objektes bestimmen zu können. Es handelt sich somit um ein klassisches, schlecht gestelltes inverses Problem. Das folgende Kapitel orientiert sich inhaltlich an [47].

1.1 Mathematische Modellierung des physikalischen Prozesses

Der erste Schritt zur Lösung des Rekonstruktionsproblems ist die mathematische Modellierung des physikalischen Prozesses der Röntgendurchstrahlung eines Objektes der Dichte $f(x)$.

Zur Vereinfachung sei angenommen, dass die Intensitätsabnahme $-\Delta I$ eines Röntgenstrahls durch ein Objekt proportional zu der Anfangsintensität I , der zurückgelegten Weglänge Δt und der Dichte f des Objektes im Punkt x sei. Unter Annahme der Parallelstrahlgeometrie, d.h. jeder Röntgenstrahl trifft orthogonal auf das gegenüberliegende Detektorelement, lässt sich ein Strahl folgendermaßen parametrisieren :

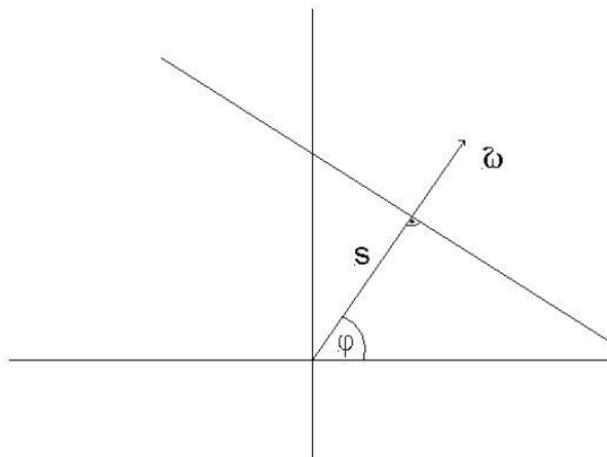


Abbildung 1.1: 2D Parallelstrahlgeometrie

Daraus folgt für die Intensitätsabnahme :

$$\Delta I(sw + tw^\perp) = -I(sw + tw^\perp)f(sw + tw^\perp)\Delta t$$

Mit $\Delta t \rightarrow 0$ ergibt sich die zweiparametrische Schar gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{I(s\omega + t\omega^\perp)}{I(s\omega + t\omega^\perp)} = -f(s\omega + t\omega^\perp)$$

Bezeichne nun I_0 die Ausgangsintensität und I_L die gemessene Intensität des Strahles $L = L(s\omega + t\omega^\perp)$, dann lautet die Lösung der Gleichung

$$\frac{I_L(s, \omega)}{I_0(s, \omega)} = \exp\left(-\int_{\mathbb{R}} f(s\omega + t\omega^\perp) dt\right)$$

Dies entspricht der Integralgleichung 1. Art

$$\int_{\mathbb{R}} f(s\omega + t\omega^\perp) dt = -\ln \frac{I_L}{I_0}(s, \omega)$$

Besser bekannt ist diese Gleichung unter dem Namen Radonsche Integralgleichung.

1.1.1 Radon-Transformation

Die Radon Transformation stellt das grundlegende Modell der Computertomographie im zweidimensionalen Raum bei Parallelstrahlgeometrie dar. Mit ihrer Hilfe lässt sich eine Inversionformel zur Berechnung der Objektdichte $f(x)$ herleiten.

Definition 1.1. Radon-Transformation

$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1\}$ bezeichne den offenen Einheitskreis im \mathbb{R}^2 und S^1 den Rand von Ω . Die Elemente von S^1 lassen sich als Strahlrichtungen interpretieren. Weiter seien $Z = S^1 \times [-1, 1]$ der Einheitszylinder in \mathbb{R}^3 und δ die Delta Distribution.

Dann definiert sich die Radon Transformation durch :

$$\begin{aligned} Rf(s, \omega) &= \int f(s, \omega + t\omega^\perp) dt = \int f(x) \delta(s - x' \omega) dx \\ &= \int f(s \cos \phi - t \sin \phi, s \sin \phi + t \cos \phi) dt \end{aligned}$$

mit

$$\omega = \omega(\phi) = (\cos \phi, \sin \phi)^\perp \in S^1.$$

ω^\perp bezeichne dabei den orthogonalen Einheitsvektor $\omega(\phi + \frac{\pi}{2})$

Für Dimensionen höherer Ordnung und damit Richtungen $\omega \in S^{N-1}$ lässt sich die Radon Transformation in \mathbb{R}^N analog definieren :

$$Rf(s, \omega) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x) \delta(s - x' \omega) dx$$

Statt Linienintegralen (anschaulich Strahlen) werden f nun allgemein Integrale über Hyperebenen zugeordnet.

Die Radontransformierte ist nur für Funktionen erklärt, die auf allen Geraden integrierbar sind. Es lässt sich jedoch zeigen, dass sich die Radon Transformation stetig auf L_2 fortsetzen lässt.

$$R : L_2(\Omega) \rightarrow L_2(Z, w^{-1}), w(s) = \sqrt{1 - s^2}$$

Ein ausführlicher Beweis findet sich in [43].

1.1.2 Fächerstrahl-Transformation

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich auf parallel angeordnete Quellen bzw. Detektoren. Diese Geometrie nennt man parallele oder Parallelstrahl-Geometrie. In der Praxis weist diese jedoch einen gravierenden Nachteil auf, da die Messzeit viel zu hoch ist, um praktikabel zu sein. Um die Messzeit zu verkürzen wurde deshalb die Fächerstrahl- oder *fan beam* Geometrie entwickelt. Anstatt nur einen einzelnen Strahl auszuschicken, wird ein ganzer Fächer von Röntgenstrahlen von einer einzelnen Quelle ausgestrahlt und von einem Zeilendetektor gemessen.

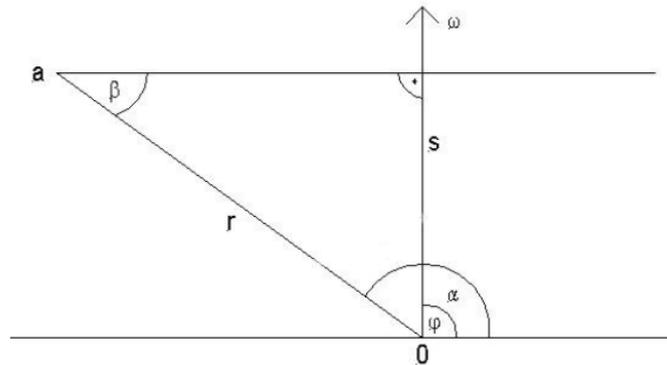


Abbildung 1.2: 2D Fächerstrahlgeometrie

Sei $N = 2$. Die Strahlenquelle bewege sich auf einem Kreis mit Radius $r > 1$, die Quelle sei im Punkt

$$a = r\omega(\varphi) = r(\cos(\alpha), \sin(\alpha))$$

Dies führt zur Definition der Fächerstrahl-Transformation :

Definition 1.2. Fächerstrahl-Transformation (fan beam Transformation)

$$Rf\left(\omega\left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2}\right), r \sin(\beta)\right) = g(\alpha, \beta), \quad \text{mit } \alpha, \beta \in (0, 2\pi]$$

Alle bisherigen Betrachtungen für die Radon-Transformation in paralleler Geometrie lassen sich analog auf die Fächerstrahl-Geometrie übertragen. Details dazu sind in [43] zu finden.

1.1.3 Cone-beam-Transformation

Überträgt man die Fächerstrahlgeometrie von zwei auf drei Dimensionen, so erhält man die Kegelstrahl oder *cone beam* Geometrie. Anstatt einen Fächer von Strahlen auszusenden wird nun ein ganzer Kegel benutzt. In der Praxis stellt die Kegelstrahl-Geometrie den Standard in der zerstörungsfreien Prüfung dar.

Definition 1.3. *Kegelstrahltransformation (Cone beam Transformation)*

$$Df(a, \theta) = \int_0^\infty (a + t\theta) dt, \quad \text{mit } t \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^3, \theta \in S^2$$

Die Berechnung einer geeigneten Inversionsformel gestaltet sich schwierig. Naive Herangehensweisen sind in der Praxis meist nicht realisierbar (Rebinning zu aufwendig, Daten auf einer Kugel um das Objekt werden benötigt). Wir betrachten daher nur detailliert das Standardverfahren in der zerstörungsfreien Prüfung - den Feldkamp-Algorithmus. Andere Inversionsformeln können in [43] gefunden werden.

1.2 Rekonstruktionsalgorithmen

Ein Rekonstruktionsalgorithmus ist ein mathematisches Verfahren, das es erlaubt, aus einer Serie von Röntgenprojektionen eine dreidimensionale Verteilung der Dichte des untersuchten Objektes zu rekonstruieren. Man unterscheidet zwei verschiedene Klassen von Verfahren : Verfahren vom Typ der gefilterten Rückprojektion und iterative Verfahren.

1.2.1 Rückprojektionsverfahren

Rückprojektionsverfahren beruhen im Wesentlichen auf einer analytischen Inversion der Radon Transformation, die das Modell für die Computertomographie darstellt. Der erste Algorithmus dieser Klasse wurde 1963 von Cormack [5] entwickelt. Im Laufe der Jahre wurde das Verfahren von Parallelstrahl- auf Fächerstrahlgeometrie erweitert und schließlich 1984 von Feldkamp [8] heuristisch von 2D Fächerstrahl auf 3D Kegelstrahlgeometrie erweitert.

1.2.1.1 Limited-Angle-Feldkamp-Verfahren

Der von Feldkamp entwickelte Algorithmus ist das meist genutzte Rekonstruktionsverfahren in der CT für Kegelstrahl-Geometrie auf einer kreisförmigen Abtastkurve. Theoretisch genügt es nicht, Daten nur auf einer Kreisbahn um das Objekt zu haben, um dreidimensional rekonstruieren zu können. Man müsste Daten von jeder Position auf einer Kugel um das Objekt messen können. Praktisch ist dies kaum realisierbar. Daher beruht das Feldkamp-Verfahren darauf, mit Hilfe der 2D Fächerstrahltransformation eine heuristische Erweiterung der Inversionsformel der Radontransformation für die Fächerstrahl-Geometrie auf die Kegelstrahl-Geometrie zu bestimmen. Trotz dieses unexakten Ansatzes hat die Praxis gezeigt, dass die Ergebnisse von ausreichender Qualität für die meisten Anwendungen zur Fehlerdetektion sind. Dies liegt daran, dass die typischen Aufnahmeparameter einen Öffnungswinkel der Röntgenquelle von weniger als 15° benutzen und damit die Approximation an eine Parallelstrahlgeometrie zumindest im zentralen Bereich des Rekonstruktionsvolumens gegeben ist.

Für die Herleitung wird folgende Rekonstruktionsformel für die 2D-Fan-Beam-Geometrie benutzt, eine ausführliche Beschreibung und Herleitung findet sich in [43] :

Definition 1.4. *2D Fan-beam Rekonstruktionsformel*

$$(V_{\Omega} * f)(x) = \int_{S^1} \frac{r^2}{(r - x\theta)^2} \int_{-\rho}^{\rho} v_{\Omega} \left(\frac{rx\theta_{\perp}}{r - x\theta} - y \right) g(\theta, y) \frac{r dy}{(r^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} d\theta (*)$$

wobei $V_{\Omega} = R^*v_{\Omega}$, mit einer Filterfunktion v_{Ω} .

Sei die Quelle $r\theta$, $\theta \in S^1$ auf einer Kreisbahn mit Radius r in der horizontalen $x_1 - x_2$ Ebene. Dann bezeichnet $g(\theta, y)$ das Linienintegral von f entlang der Verbindungslinie zwischen der Quelle $r\theta$ und dem Detektor $y \in \theta^{\perp}$, mit θ^{\perp} dem orthogonalen Unterraum zu θ :

$$g(\theta, y) = (DF) \left(r\theta, \frac{y - r\theta}{|y - r\theta|} \right)$$

Sei weiterhin $f \equiv 0$ außerhalb von $|x| < \rho r$, d.h. die Funktion f und damit das zu rekonstruierende Objekt liege zwischen Quelle und Detektor. Die Idee des Feldkamp-Verfahrens ist nun folgende.

- Betrachte die Ebene $\pi(x, \theta)$ durch $r\theta$ und x , die θ^{\perp} in einer horizontalen Linie schneidet.
- Berechne in dieser Ebene den Anteil der Fächerstrahlinversionsformel (*) von $(V_{\Omega} * f)(x)$ der zur Richtung θ gehört.
- Integriere alle Beiträge über θ und ignoriere dabei, dass diese aus unterschiedlichen Ebenen stammen. Die Ebenen ergeben ein Bündel mit Knoten x , der die Feldkamp-Rekonstruktion im Punkt x bildet.

Im Detail ergibt sich folgende Form. Für $\theta = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)^T$ sei $\theta_\perp = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)^T$. Dann bildet θ_\perp zusammen mit dem Einheitsvektor $e_3 = (0, 0, 1)$ eine orthonormale Basis von θ_\perp . Die Gerade durch $r\theta$ und x trifft θ_\perp in $y = y_2\theta_\perp + y_3e_3$ mit

$$y_2 = \frac{r}{r - x \cdot \theta} x \cdot \theta_\perp, y_3 = \frac{r}{r - x \cdot \theta} x_3$$

Die Gerade $\mathbb{R}\theta_\perp + y_3e_3$, in der sich θ_\perp und $\phi(x, \theta)$ schneiden, entspricht der Detektorgeraden in (*). Betrachtet man den Punkt y_3e_3 der Detektorgeraden als Ursprung in $\pi(x, \theta)$, dann sind die Koordinaten von x in $\pi(x, \theta)$ $x' = x - y_3e_3$ und der Richtungsvektor über bzw. unter θ in $\pi(x, \theta)$ ist :

$$\theta' = \frac{r\theta - y_3e_3}{r'}, r' = (r^2 + y_3^2)^{\frac{1}{2}}$$

r' gibt dabei den Abstand der Quelle $r\theta$ vom Ursprung in $\pi(x, \theta)$ an. Damit lässt sich der zu θ' gehörende Beitrag des Integrals (*) zu $(V_\Omega * f)(x)$ berechnen.

$$I(x, \theta) = \frac{r'^2}{(r' - x' \cdot \theta')^2} \int_{-\rho}^{\rho} v_\Omega \left(\frac{r'x' \cdot \theta_\perp}{r' - x' \cdot \theta'} - y'_2 \right) g(\theta, y'_2\theta_\perp + y_3e_3) \frac{r'dy'_2}{\sqrt{r'^2 + y_2'^2}} \theta$$

Schließlich erhält man nach kurzer Rechnung :

$$x' \cdot \theta' = \frac{r'}{r} x \cdot \theta, x' \cdot \theta_\perp$$

Damit folgt :

$$I(x, \theta) = \frac{r^2}{(r - x \cdot \theta')^2} \int_{-\rho}^{\rho} v_\Omega (y_2 - y_2') g(\theta, y_2'\theta_\perp + y_3e_3) \frac{r'dy_2'}{\sqrt{r^2 + y_2'^2 + y_3^2}} \theta$$

Dies ist der Beitrag der Richtung θ' in $\pi(x, \theta)$ zur approximierten gefilterten Rückprojektion von f in (*). Um die exakte Funktion daraus bestimmen zu können, müsste über alle Richtungen θ' in $\pi(x, \theta)$ integriert werden. Da aber nicht alle dafür benötigten Quellpunkte gegeben sind, liefert der Feldkamp-Algorithmus nur eine Näherung an die gesuchte Funktion, d.h. :

$$f(x) = \int I(x, \theta) d\theta'$$

Betrachtet man nun θ' als eine Funktion von θ , so erhält man :

Definition 1.5. *Feldkamp-Algorithmus*

$$\begin{aligned} f(x) &\approx \int_{S^1} I(x, \theta) \frac{r}{r'} d\theta \\ &= \int_{S^1} \frac{r^2}{(r - x \cdot \theta')^2} \int_{-\rho}^{\rho} v_\Omega (y_2 - y_2') g(\theta, y_2'\theta_\perp + y_3e_3) \frac{r'dy_2'}{\sqrt{r^2 + y_2'^2 + y_3^2}} d\theta \end{aligned}$$

Der Feldkamp-Algorithmus ist somit eine gefilterte Rückprojektion. Ein Vorfilterschritt mit Gewichtung

$$\frac{r'}{\sqrt{r^2 + y_2'^2 + y_3^2}}$$

gleicht dabei die unterschiedliche Strahllänge durch die benutzte Kegelstrahlgeometrie aus, die aber als Folge von Fächerstrahlen approximiert wird. Bei der Rückprojektion wird zusätzlich das Gewicht

$$\frac{r^2}{(r - x \cdot \theta')^2}$$

benutzt, das die unterschiedlichen Höhen der Detektorzeilen kompensiert.

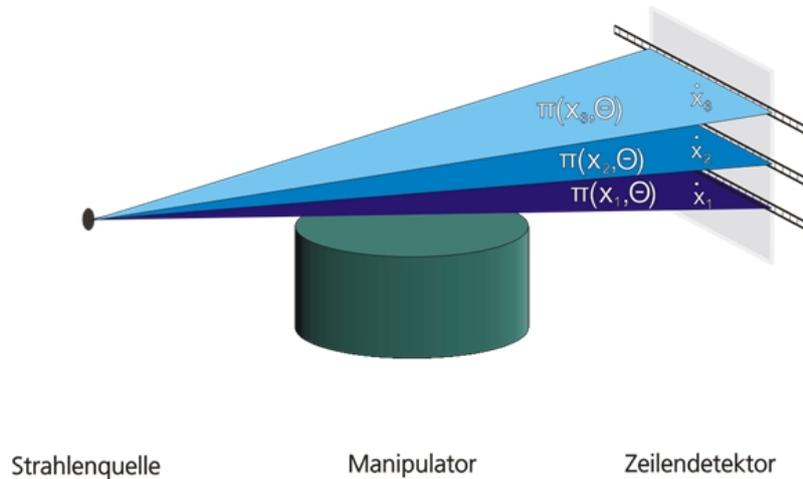


Abbildung 1.3: Feldkamp-Verfahren

In der Praxis wird das Feldkamp-Verfahren für *Limited-angle*-Rekonstruktionen (Abschnitt 2.2.1) adaptiert, indem die Integration nicht über alle Richtungen von S^1 läuft, sondern nur über einen zusammenhängenden Winkelbereich $S_*^1 \subset S^1$. D.h. man beschränkt die Berechnung auf den Winkelbereich, innerhalb dessen man Projektionen aufnehmen kann und ignoriert den fehlenden Winkelanteil zu einer kompletten 360° Messung. Allgemeine Details zum Problem der eingeschränkten Daten finden sich in [33, 34]. Diese Vorgehensweise unterminiert zwar das mathematisch ohnehin schon heuristische Fundament, das dem Feldkamp-Algorithmus zugrunde liegt, die Rekonstruktionsqualität ist allerdings für den Einsatz in der zerstörungsfreien Prüfung meist ausreichend. Dies führt zu folgender Abwandlung des Standard-Feldkamp-Verfahrens :

Definition 1.6. *Feldkamp Verfahren für Limited angle Daten*

$$f(x) = \int_{S_*^1} \frac{r^2}{(r - x \cdot \theta')^2} \int_{-\rho}^{\rho} v_{\Omega}(y_2 - y_2') g(\theta, y_2' \theta_{\perp} + y_3 e_3) \frac{r' dy_2'}{\sqrt{r^2 + y_2'^2 + y_3^2}} d\theta$$

1.2.1.2 Tomosynthese

Die Tomosynthese ist ein klassisches laminographisches Verfahren, das bereits in den 1920er Jahren entwickelt und benutzt wurde. Damals wurde das Verfahren ohne Rechnerhilfe nur durch den Einsatz einer Fotoplatte, die während einer Messung mehrfach belichtet wurde, durchgeführt. Die Idee besteht darin, während der Messung Quelle und Detektor auf parallelen Ebenen (Abschnitt 1.4) so zueinander orientiert zu bewegen, dass eine Schicht des Objektes durch Überlagerung aller Einzelaufnahmen scharf wiedergegeben wird, während die restlichen Schichten sich durch die Überlagerung verwischen und somit nicht rekonstruiert werden können (1.5). Eine genaue Beschreibung der verwendbaren Geometrie findet sich in Abschnitt 2.2.3.1). Erste Versuche mit kreisförmigen Bahnen und digitalen Detektoren wurden von Grant [17] in den 70er Jahren durchgeführt. Eine deutliche Qualitätssteigerung wurde durch die sogenannte Ectomographie erreicht, die von Edholm Anfang der 80er Jahre entwickelt wurde [6]. Im Gegensatz zur klassischen Tomosynthese wird hier ein zusätzlicher Filterschritt eingeführt, der die Überlagerungsartefakte in Durchstrahlungsrichtung reduziert. In der Medizin wird die Tomosynthese aktuell besonders in den Bereichen der Zahnmedizin und Mammographie

verwendet. Eine umfassende Übersicht zu diesem Thema findet sich in [7]. In der zerstörungsfreien Prüfung beschränkt sich der Einsatz auf Nischenanwendungen in der Leiterplattenprüfung.

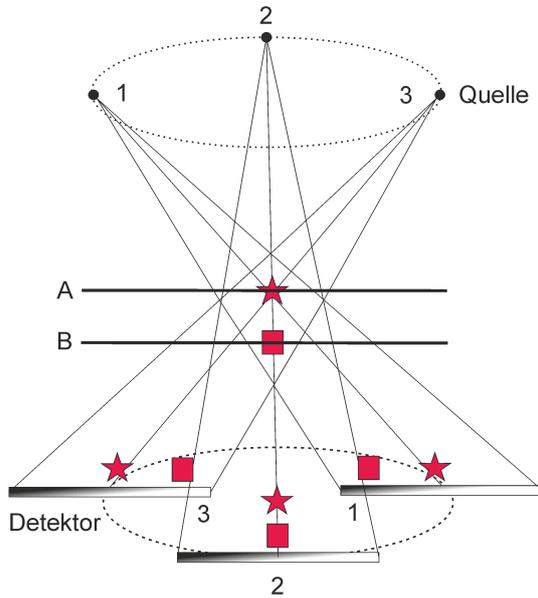


Abbildung 1.4: Tomosynthese, Aufnahmegeometrie

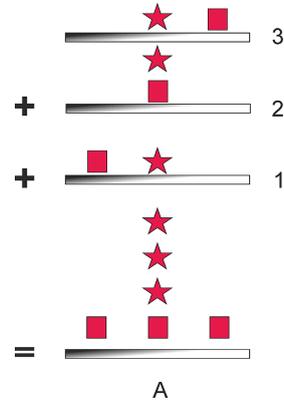


Abbildung 1.5: Tomosynthese, Überlagerung der einzelnen Projektionen

Algorithmisch gesehen ist die klassische Tomosynthese eine einfache ungefilterte Rückprojektion der gemessenen Daten in ein Rekonstruktionsvolumen ohne zusätzliche Restriktionen außer der entsprechenden Anforderungen einer synchronen Aufnahme der Projektionen in parallelen Ebenen. In der Notation der iterativen Rekonstruktionsalgorithmen aus Abschnitt 1.2.2 formuliert ergibt sich damit :

Definition 1.7. *Klassische Tomosynthese*

$$v_j = \frac{\sum_{\substack{i \\ p_i \in P_\varphi}} \left(\frac{p_i}{\sum_{\substack{n=1 \\ w_{in} \neq 0}}^N w_{in}} \right) w_{ij}}{\sum_{\substack{i \\ p_i \in P_\varphi}} w_{ij}}$$

mit w_{ij} Gewicht im j . Voxel und Strahl p_i

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j bei Strahl p_i , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl p_i , P_θ Projektion bei Winkel θ

1.2.2 Iterative Verfahren

Der Hauptvorteil der Rekonstruktionsverfahren vom Typ der gefilterten Rückprojektion liegt in deren Schnelligkeit. Die Rekonstruktion kann bereits mit der ersten gemessenen Projektion beginnen und parallel zur CT Messung ablaufen, sodass das Ergebnis bereits unmittelbar nach Beendigung der Messung vorliegt. Der Preis für diese Geschwindigkeit liegt in den strengen Anforderungen an die Aufnahmegeometrie und die Verteilung der Projektionen. Prinzipiell müssen Daten aus einer vollen 360° Rotation vorliegen, um eine Rekonstruktion zu ermöglichen. Es gibt zwar Methoden, wie z.B. die Parker-Gewichtung [44], denen 180° plus Öffnungswinkel ausreichen, im Gegenzug ist die Qualität des Ergebnisses allerdings durch Artefakte eingeschränkt. Außerdem muss die Messung äquidistant erfolgen, d.h. die einzelnen Projektionen müssen in festem Abstand zueinander aufgenommen werden.

Bei laminographischen Trajektorien ist die erste Bedingung nicht gegeben, da es beispielweise im Fall der Translationslaminographien überhaupt keine Rotationsbewegung gibt und damit das Objekt nicht aus allen Richtungen durchstrahlt werden kann. Bei der gegenläufigen Translationslaminographie variiert zudem der Abstand zwischen Quelle und Detektor während der Messung, sodass keine äquidistante Abstastung möglich ist.

1.2.2.1 Algebraic reconstruction technique (ART)

Das ART Verfahren berechnet die Rekonstruktion der Dichte eines Objekts durch das iterative Lösen eines linearen Gleichungssystems. Dazu wird der physikalische Vorgang der Messung in Form einer Matrix-Vektor Gleichung modelliert und diese vermöge des Kaczmarz Verfahrens [26] gelöst. Entwickelt wurde ART von Herman und Gordon 1970 [16] für die Rekonstruktion von Daten aus elektronenmikroskopischen Aufnahmen. 1972 benutzte Hounsfield [24] dieses Verfahren in seinem CT-Apparat. Diverse Optimierungen beispielsweise bezüglich der optimalen Projektionsreihenfolge oder der Wahl der Basisfunktionen wurden im Laufe der Jahre erforscht [11], [22].

Zur Illustration beschränken wir uns auf den zweidimensionalen Fall in Parallelstrahlgeometrie. Die Erweiterung auf dreidimensionale Kegelstrahlgeometrie folgt analog.

Sei $f(x, y)$ ein in quadratische Pixel unterteiltes Bild und f_j in jedem der n Pixel j konstant mit Wert f_j . Sei weiter p_i die Strahlsumme entlang des i . Strahls durch $f(x, y)$. Dann lässt sich die Beziehung zwischen f_j und p_i als Vektor-Matrix Gleichung beschreiben :

$$Wf = p \text{ oder } \sum_j^N w_{ij} f_j = p_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (*)$$

wobei W die Matrix der Gewichtungsfaktoren w_{ij} der Dimension $m \times n$ mit w_{ij} der Gewichtungsfaktor in Pixel j bei Strahl i , f das gesuchte Bild als Vektor der Dimension n und p der Vektor der gemessenen Strahlen der Dimension m ist. w_{ij} lässt sich als Anteil des Gesamtstrahls p_i interpretieren, der in Pixel j liegt.

Der Einsatz direkter Matrixinversionsmethoden ist aus verschiedenen Gründen nicht sinnvoll möglich. Die Anzahl der unbekanntenen Pixel n ist bei einer typischen Messung in der Größenordnung von 10^6 für 2D-Rekonstruktionen bzw. 10^{10} für 3D-Rekonstruktionen und damit weit jenseits der Möglichkeit einfacher Algorithmen, wie z.B. des Gauß-Verfahrens. Zusätzlich sind die Daten inkonsistent weil üblicherweise weniger Strahlen gemessen werden, als Pixel / Voxel zu rekonstruieren sind und das Gleichungssystem somit unterbestimmt ist. Die Tatsache, dass Messfehler bei der Datenaufnahme unvermeidbar sind, trägt ebenfalls zur Inkonsistenz bei. Daher sind iterative

Lösungsstrategien unbedingt erforderlich. ART benutzt hierfür das Kaczmarz Verfahren. Dessen Funktionsweise lässt sich anhand einer Umformulierung von (*) anschaulich erläutern :

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + w_{13}f_3 + \dots + w_{1n}f_n &= p_1 \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + w_{23}f_3 + \dots + w_{2n}f_n &= p_2 \\ &\dots \\ w_{m1}f_1 + w_{m2}f_2 + w_{m3}f_3 + \dots + w_{mn}f_n &= p_m \end{aligned}$$

Die Darstellung des Bildes $f(x, y)$ durch n Pixel erlaubt n Freiheitsgrade, sodass $f(x, y)$ repräsentiert durch (f_1, f_2, \dots, f_n) als Punkt in \mathbb{R}^n aufgefasst werden kann. Damit stellt jede der obigen Gleichungen eine Hyperebene in \mathbb{R}^n dar und der Schnittpunkt aller Hyperebenen ergibt die eindeutige Lösung des Gleichungssystems [50]. Zur Illustration betrachte man den einfachen Fall der beiden Gleichungen :

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 &= p_1 \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 &= p_2 \end{aligned}$$

Der Algorithmus beginnt mit einem zufälligen Startpunkt, der auf die Gerade g_1 , welche die Gleichung $w_{11}f_1 + w_{12}f_2 = p_1$ repräsentiert, projiziert wird. Dieser Punkt wird anschließend auf die Gerade g_2 der Gleichung $w_{21}f_1 + w_{22}f_2 = p_2$ weiterprojiziert. Von dort aus wird wieder zurück auf die Gerade g_1 projiziert und dieser Vorgang solange wiederholt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Existiert eine eindeutige Lösung, so konvergiert das Kaczmarz Verfahren zu einem einzigen Punkt, welcher diese Lösung darstellt.

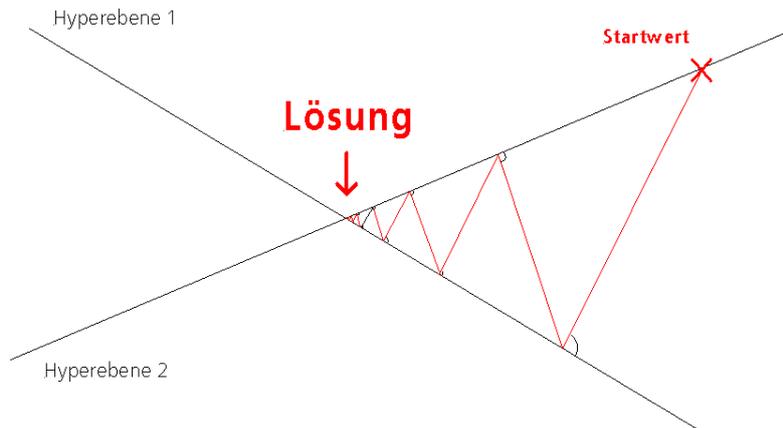


Abbildung 1.6: Kaczmarz Verfahren für zwei Gleichungen

Dies führt zu dem iterativen Rekonstruktionsverfahren ART :

Definition 1.8. Algebraic reconstruction technique (ART)

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij}$$

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j bei Strahl p_i , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl p_i , $\lambda \in \mathbb{R}^+$, k aktuelle Iteration, P_θ Projektion bei Winkel θ

$\lambda \in \mathbb{R}^+$ stellt dabei einen Relaxationsfaktor dar, der die Konvergenzgeschwindigkeit beeinflusst. In Abhängigkeit der untersuchten Materialien sollte λ entsprechend gewählt werden. Für hochkontrastige Objekte ist $\lambda < 0.5$ sinnvoll, für niedrigkontrastige Objekte $\lambda > 0.5$.

Den Ablauf des iterativen Rekonstruktionsprozesses kann man anhand des folgenden Flussdiagrammes nachvollziehen :

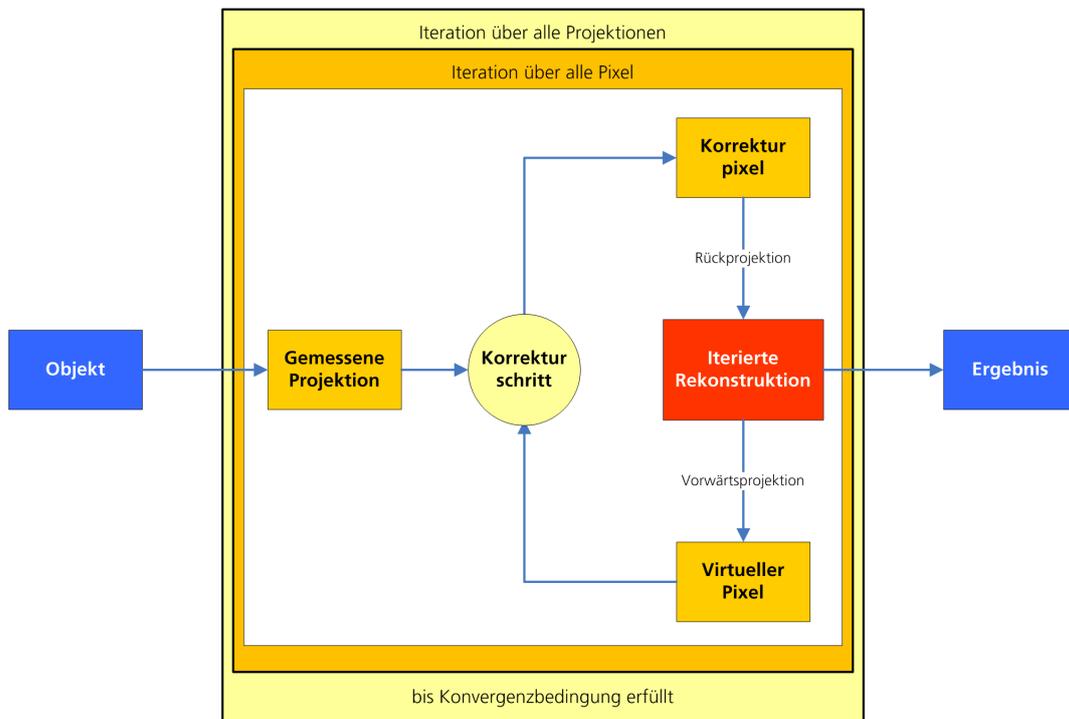


Abbildung 1.7: Flussdiagramm ART

1.2.2.2 Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART)

Ein gravierender Nachteil des ART Verfahrens ist seine fehlende Parallelisierbarkeit. Da für jeden Strahl direkt eine Rückprojektion in das Volumen erfolgt, ändern sich die Voraussetzungen für den folgenden Strahl, sodass es unmöglich ist, diesen Vorwärtsprojektion - Korrektur - Rückprojektion Ablauf simultan ablaufen zu lassen. Wesentlich geeigneter ist eine Variante von ART, die *simultaneous algebraic reconstruction technique (SART)*, welche 1984 von Andersen [2, 27] erstmals beschrieben wurde. Der Hauptunterschied liegt hier in der Häufigkeit des Rückprojektionsschrittes. Statt nach jedem Einzelstrahl eine Rückprojektion in das Rekonstruktionsvolumen durchzuführen, werden die einzelnen Korrekturwerte in einer Korrekturprojektion zusammengefaßt und erst nach Durchlaufen aller Strahlen einer Projektion ein Rückprojektionsschritt durchgeführt. Dies erweist sich für die Parallelisierung als vorteilhaft, da nun alle Strahlen einer Projektion verteilt und unabhängig berechnet werden können und erst danach die gesamte Korrekturprojektion rückprojiziert wird. Verglichen mit ART zeigt SART ein deutlich schnelleres Konvergenzverhalten bei rauschärmerer Rekonstruktion. Ein Konvergenzbeweis findet sich in [25].

Definition 1.9. *Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART)*

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{p_i \in P_\theta} \left(\frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) w_{ij}}{\sum_{i \in P_\theta} w_{ij}}$$

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j und Strahl i , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl i , $\lambda \in \mathbb{R}^+$, k aktuelle Iteration, P_θ Projektion bei Winkel θ

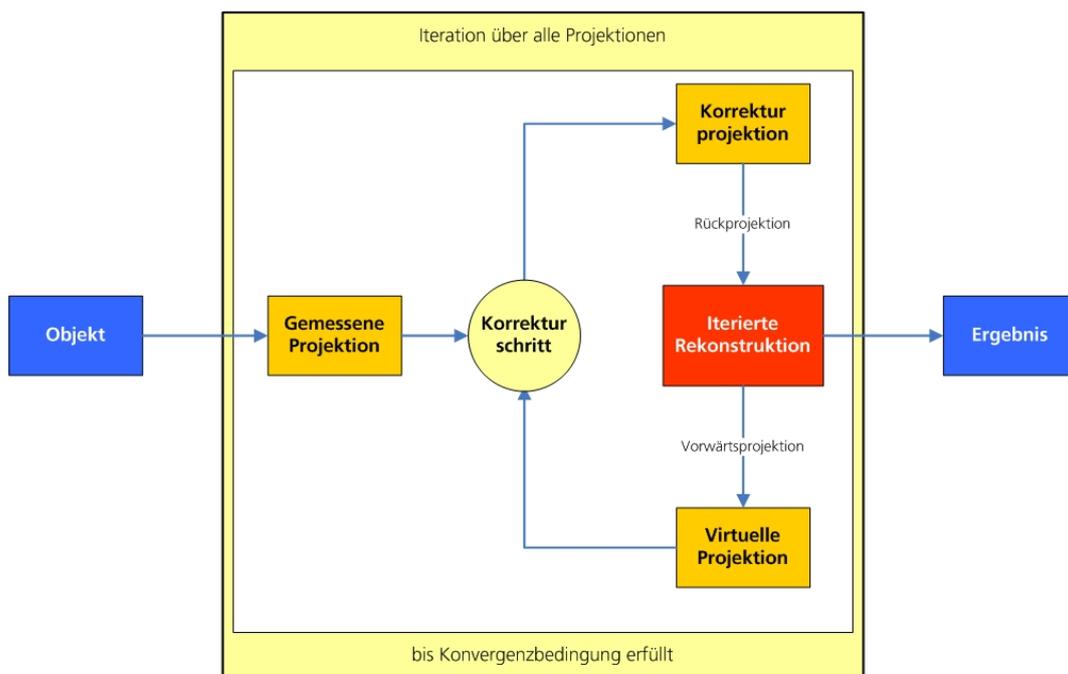


Abbildung 1.8: Flussdiagramm SART

Kapitel 2

Computerlaminographie

Im Gegensatz zur Computertomographie, die hauptsächlich auf einer Kreis- oder Helixbahn abtastet, sind die Geometrien, die man bei einer Computerlaminographie benutzt, sehr vielfältig.

2.1 Grundlagen der Computerlaminographie

Mit der Entdeckung der Röntgenstrahlung im Jahre 1895 durch Wilhelm Conrad Röntgen wurde sehr schnell deren Bedeutung für die medizinische Diagnostik erkannt. Die einfachste und naheliegendste Anwendung bestand in der klassischen Radiographie - der Durchstrahlung eines Objektes mit Hilfe von Fotoplatten. Zur Beurteilung von Verletzungen des Skeletts stellte dies einen erheblichen Fortschritt gegenüber dem bisherigen Stand der Technik dar. Der große Nachteil lag in dem Projektionscharakter der Radiographie. Der dreidimensionale Körper wird auf eine zweidimensionale Platte projiziert, wodurch übereinanderliegende Strukturen sich gegenseitig im Bild verdecken. Kompliziertere Knochenbrüche sind durch diese fehlende Tiefenaufösung sehr schwierig beurteilbar. Das Ziel damaliger Bemühungen bestand daher darin, interessierende Teile des Körpers möglichst überlagerungsfrei abzubilden, um eine gezielte Diagnose zu erlauben. Die Verfahren, die zur Lösung dieses Problems erfunden wurden, faßt man übergreifend unter den Begriffen 'klassische Tomographie' oder 'Verwischungstomographie' zusammen. Es handelt sich dabei um die ersten laminographischen Verfahren im heutigen Sinne. Das gemeinsame Grundkonzept besteht in der Idee, durch geeignete synchronisierte Bewegung der einzelnen Komponenten Röntgenquelle, Patient und Röntgenfilm die entstehenden Überlagerungen in der interessierenden Schicht zu verstärken und außerhalb zu verwischen. Das Ergebnis ist damit ein scharfes Bild eines Schnittes durch das Objekt. Mechanisch wird dies durch die synchrone Bewegung von Röntgenquelle und Röntgenfilm um einen Drehpunkt, der genau in der gewünschten Schicht gewählt wurde, realisiert.

Die erste praktische Anwendung dieser Verfahren gelang A.E.M. Bocage [3] im Jahre 1921 mit der sogenannten Planigraphie. Röntgenquelle und Röntgenfilm bewegen sich hierbei horizontal gegenläufig in parallelen Ebenen zueinander. Je nach Wahl der Trajektorie handelt es sich hierbei um eine gegenläufige Translationslaminographie (gTCL) im Falle einer Geraden oder eine planare Rotationslaminographie (pRCL) im Falle einer Kreisbahn. Um 1931 publizierte Z. des Plantes [45] eine Veröffentlichung zum Thema Planigraphie, die ihm den Ruf als Erfinder der klassischen Tomographie einbrachte. Bewegt man Röntgenquelle und Röntgenfilm nicht auf parallelen Bahnen, sondern rotiert sie starr um den Drehpunkt, dann erhält man das Verfahren der Stratigraphie, das erstmals von A. Valebona 1930 [51] beschrieben wurde. Der Nachteil dieser Anordnung liegt in der schlechten Qualität des Ergebnisses, da nur die Drehachse stets im Fokus liegt und entsprechend scharf abgebildet wird, während der Rest verwischt bleibt. Die erste Erwähnung des Begriffes Tomographie tritt bei G. Grossmann auf [18]. Er verbesserte die Stratigraphie, indem er den Röntgenfilm während der Rotation stets parallel zur Objektschicht orientierte und damit die Fokusschicht deutlich schärfer rekonstruieren konnte.

Diesen Methoden gemein ist die Beschränkung auf eine einzige scharf abgebildete Schicht. Möchte man eine andere Schicht untersuchen, muss der Aufnahmevorgang wiederholt werden - verbunden mit der Dosisbelastung des Patienten. Die Planeographie nutzt dazu einen separaten Röntgenfilm pro Schicht. Es wird nicht mehr wie bisher ein einziger Röntgenfilm mehrfach, sondern eine Serie von Filmen einfach belichtet. Legt man diese Einzelfilme geeignet übereinander, so erhält man ein ähnliches Ergebnis wie bei der mehrfachen Belichtung eines Einzelfilmes. Die Überlagerung kann man aber je nach gewünschter Schicht nachträglich variieren. Ein zusätzlicher Vorteil ist die geringere Strahlenbelastung des Patienten, da eine Messung ausreicht, um mehrere Schichten rekonstruieren zu können. Der Oberbegriff für solche Verfahren lautet Tomosynthese, d.h. die Erzeugung eines Schnittbildes aus Einzelbildern.

2.1.1 Stand der Technik

Seit 2011 ist die Firma Nordson DAGE mit einer Leiterplattenprüfanlage XD7600NT Diamond FP im Bereich der Computerlaminographie am Markt vertreten. Diese Serienanlage benutzt eine Variante der planaren Rotationsgeometrie (Abschnitt 2.2.3.1) mit fester Quelle. Das zu untersuchende Objekt befindet sich auf einem Tablett, das über zwei Linearachsen in der Ebene verschoben und über eine Hubachse in der Höhe bewegt werden kann. Der Detektor ist auf einem Halbbogen befestigt und steht entgegen der üblichen Orientierung orthogonal zum Hauptstrahl. Optional lässt sich mit der Software X-Plane eine Tomosyntheserekonstruktion (Abschnitt 1.2.1.2) bescheidener Qualität berechnen. Der Hauptverwendungszweck der Anlage liegt in der einfachen Durchstrahlungsprüfung ohne Rekonstruktion.

Die Firma Yxlon hat 2012 ein Computerlaminographiesystem für sehr große Teile aufgebaut, das auf der klassischen planaren Rotationslaminographie beruht. Quelle und Detektor bewegen sich in senkrecht stehenden, zueinander parallelen Ebenen, während das Objekt fest dazwischen positioniert wird. Der Aufbau erfordert zumindest je zwei Linearachsen für die Bewegung von Quelle und Detektor, sowie eine Linear- und eine Hubachse zur Platzierung des Objektes. Die Rekonstruktion erfolgt mit Ectomographie (Abschnitt 1.2.1.2) Software des Fraunhofer EZRT. Aktuell ist diese Anlage nicht in Serienfertigung erhältlich.

Aus einer Zusammenarbeit der Firma Feinfocus (inzwischen Comex, zu Yxlon gehörend) mit dem Fraunhofer EZRT Ende der Neunziger Jahre ist die nicht mehr erhältliche Computerlaminographieanlage Feinfocus F3D-160.10 (μ 3D Visualizer) hervorgegangen. Zur Inspektion von Leiterplatten wird auf eine klassische planare Rotationslaminographie zurückgegriffen, welche durch sechs Linearachsen ermöglicht wird. Die Rekonstruktion erfolgt auch hier durch eine Ectomographie.

Die Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) besitzt mit dem TomoCAR ein mobiles Laminographiesystem zur Inspektion von Schweißnähten an Rohren, das nach dem Prinzip der Translationlaminographie funktioniert.

Stand der Technik ist somit die planare Rotationslaminographie, die zumindest vier synchron angesteuerte Achsen (je zwei für Quelle und Detektor) benötigt. Translationslaminographische Geräte sind standardmäßig nicht am Markt zu erwerben. Im Bereich der Rekonstruktionsverfahren werden nur Tomosynthese und Ectomographie verwendet, iterative Verfahren (Kapitel 1.2.2) kommen nicht zum Einsatz.

2.1.2 Abgrenzung Computertomographie - Computerlaminographie

Im Gegensatz zur Computertomographie, die sich als bekanntes Verfahren in Medizin und ZfP etabliert hat, ist die Computerlaminographie bisher kaum verbreitet. In der Medizin funktioniert die Mammographie und die zahnmedizinische Bildgebung nach laminographischen Prinzipien, der Begriff Laminographie tritt in diesem Zusammenhang aber nicht in Erscheinung. Auch die operationsbegleitende Röntgenuntersuchung mittels C-Bogen stellt eine Laminographie dar, wird aber als in Medizinerkreisen Computertomographie bezeichnet. Damit verbunden herrscht innerhalb der *scientific community* keine durchgängig benutzte Nomenklatur was die Laminographie angeht. Spricht man von Computertomographie, dann ist im Bereich der zerstörungsfreien Prüfung fast ausschließlich die klassische Kegelstrahl-Geometrie gemeint. In der Medizin hingegen bezieht sich der Begriff zumeist auf die Helix-Geometrie, bei welcher zusätzlich zur Rotation des Objektes eine Translationsbewegung in Richtung der Rotationsachse durchgeführt wird. Das Grundprinzip der Orthogonalität von Zentralstrahl, Detektor und Rotationsachse bleibt sowohl bei klassischer Kreis- als auch bei Helixabtastung bestehen.

Definition 2.1. Detektor

Ein Detektor D ist eine zweidimensionale Fläche im Raum, die im Punkt d_0 von zwei zueinander orthogonalen Vektoren d_h und d_v aufgespannt wird:

$$D = d_0 + hd_h + vd_v, \text{ mit } d_0, d_h, d_v \in \mathbb{R}^3, d_h \perp d_v, \\ h, v \in \mathbb{R}, |h| \leq 0.5 \cdot \text{Detektorbreite}, |v| \leq 0.5 \cdot \text{Detektorhöhe}$$

Definition 2.2. Strahl

Ein Strahl S wird durch einen Quellpunkt Q und einen Richtungsvektor s_t definiert :

$$S = Q + s_t, Q, s_t \in \mathbb{R}^3$$

Definition 2.3. Rotationsachse

Eine Rotationsachse R wird durch einen Punkt R_0 und einen Richtungsvektor r_t definiert :

$$R = R_0 + r_t, R_0, r_t \in \mathbb{R}^3$$

Definition 2.4. Zentralstrahl

Ein Strahl S heißt Zentralstrahl, wenn gilt : $S \cap D = d_0$, d.h. S schneidet das Zentrum des Detektors d_0 .

Definition 2.5. Hauptstrahl

Ein Strahl S heißt Hauptstrahl, wenn gilt : $S \perp D$, d.h. S ist eine Normale des Detektors durch Q .

Definition 2.6. Drehmittelpunktsstrahl

Ein Strahl S heißt Drehmittelpunktsstrahl, wenn gilt : $S \perp R$, d.h. S ist orthogonal zur Rotationsachse R .

Der Bereich der Computerlaminographie hingegen umfaßt ein breiteres Spektrum an möglichen Aufnahmegeometrien. Man unterscheidet beispielsweise zwischen den beiden Klassen der Translationslaminographie (TCL) und Rotationslaminographie (RCL), in Anlehnung an die Art der Bewegung der einzelnen Komponenten. In dem Begriff Translationslaminographie zeigt sich bereits deutlich die Abgrenzung zur herkömmlichen Computertomographie. Ein Analog zur Rotation des Objektes um eine Achse findet sich hier nicht, stattdessen werden einzelne Komponenten gegeneinander translatiert. Bei der Rotationslaminographie hingegen stehen Zentralstrahl und Rotationsachse nicht mehr orthogonal zueinander, sondern sind um einen

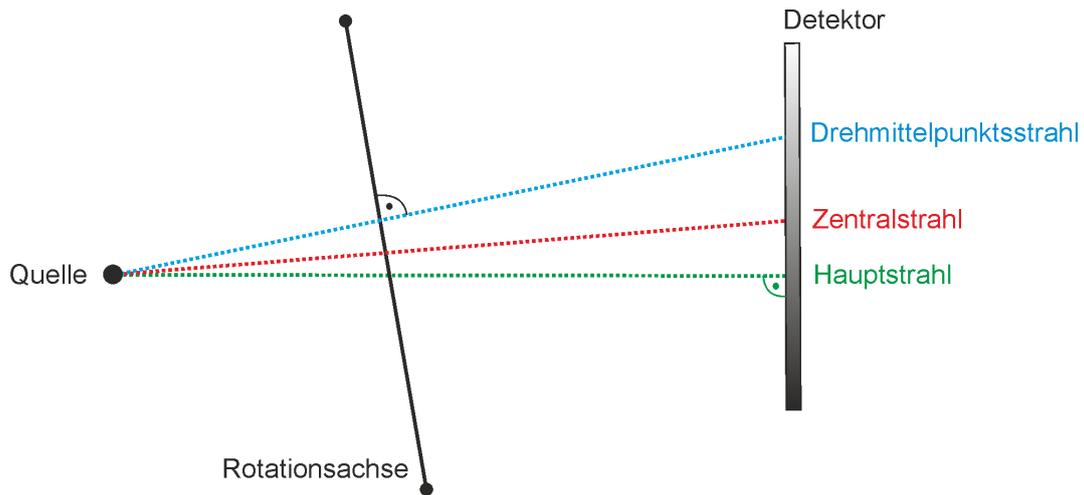


Abbildung 2.1: Strahlen

gewissen sogenannten Laminographiewinkel verkippt.

Eine mögliche begriffliche Abgrenzung zwischen Computertomographie und Computelaminographie wäre die Forderung der gegenseitigen Orthogonalität von Zentralstrahl, Detektorebene und Rotationsachse. Dies führt automatisch zur Gleichheit von Haupt-, Zentral- und Drehachsenstrahl. Geometrien, wie Kreis- und Helixbahn, welche diese Bedingung erfüllen sind computertomographische, alle anderen computerlaminographische Geometrien.

Ein weiteres Problem besteht in der oftmals missverständlichen Verquickung von Aufnahmegeometrie und Rekonstruktionsverfahren. Es wird nicht klar getrennt zwischen der Bezeichnung für die benutzte Aufnahmegeometrie und dem zur Rekonstruktion verwendeten Verfahren. Beispielsweise wird in der Praxis oft statt planarer Rotationslaminographie einfach der Begriff Tomosynthese benutzt, was streng genommen aber nur die Bezeichnung eines möglichen Rekonstruktionsverfahrens ist, das für die Geometrie der planaren Rotationslaminographie benutzt werden kann. Dies führt oft zu Problemen in der Diskussion über computerlaminographische Themen. Im Gegensatz zur inzwischen allgemein bekannten und standardisierten Terminologie der Computertomographie ist noch keine klare und eindeutig akzeptierte Begriffsbildung im Bereich der Computerlaminographie entstanden.

2.2 Computerlaminographische Geometrien

Im Folgenden werden die wichtigsten computerlaminographischen Geometrien definiert und ihre Funktionsweise beschrieben. Zusätzlich wird jeweils anhand einer beispielhaften Rekonstruktion eines simulierten Platinephantoms (Datensatz 1) unter typischen Aufnahmebedingungen auf die Besonderheiten der jeweiligen Geometrie eingegangen.

2.2.1 *Limited-angle* Kreisbahn

Bereits als computerlaminographische Trajektorie oder Abtastkurve auffaßbar ist die Kreisbahn, wie sie in der Standard CT benutzt wird, sofern man die Voraussetzung eines eingeschränkten Winkelbereiches fordert. Diese *limited angle* Abtastung wird in der zerstörungsfreien Prüfung auch als Swing-Laminographie [41] bezeichnet. Die Parametrisierung erfolgt analog zur Standard-CT, nur der Winkelbereich kann auf weniger als 360° eingeschränkt werden. Die Berechnung der Positionen von Quelle und Detektor erfolgt über eine Rotationsmatrix $R_z(\theta)$, welche die Komponenten um θ um die z-Achse rotiert.

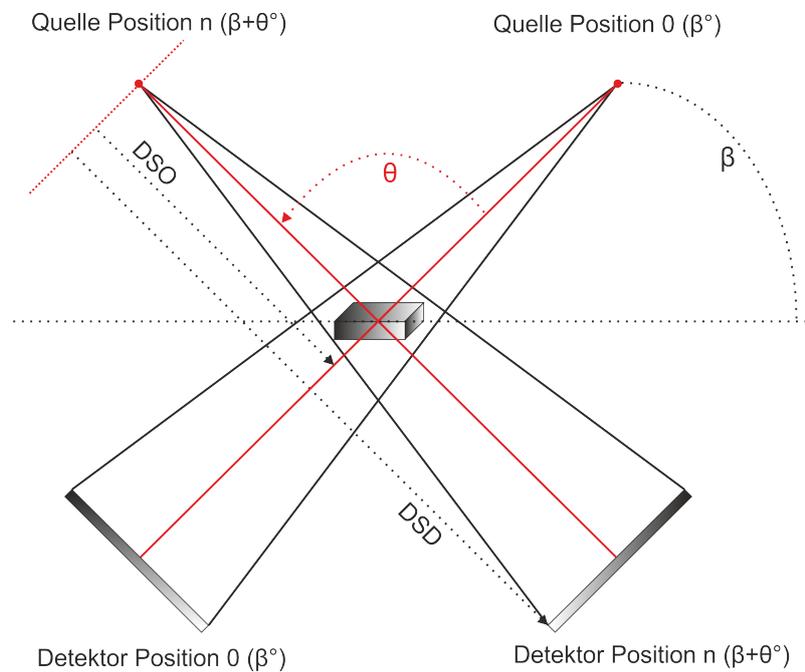


Abbildung 2.2: Geometrie Limited angle / Swinglaminographie (Ansicht von oben)

Geometrie 1. Limited angle / Swinglaminographie

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q(\theta) = R_z(\theta) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -DSO \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} DSO \cdot \sin \theta \\ -DSO \cdot \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D(\theta) = R_z(\theta) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ DSD - DSO \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (DSD - DSO) \cdot -\sin \theta \\ (DSD - DSO) \cdot \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \theta \in [0, 2\pi)$$

$$d_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad d_h = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \theta \in [0, 2\pi)$$

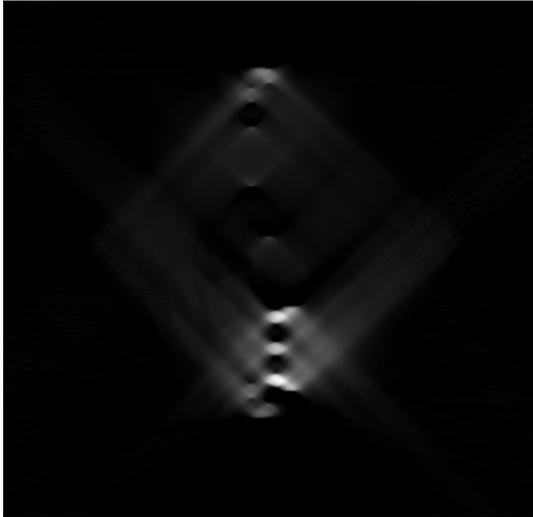


Abbildung 2.3: EZRT-PP, 90° Swinglamino-graphie, SART, seitliche Ansicht



Abbildung 2.4: EZRT-PP, 90° Swinglamino-graphie, SART, frontale Ansicht

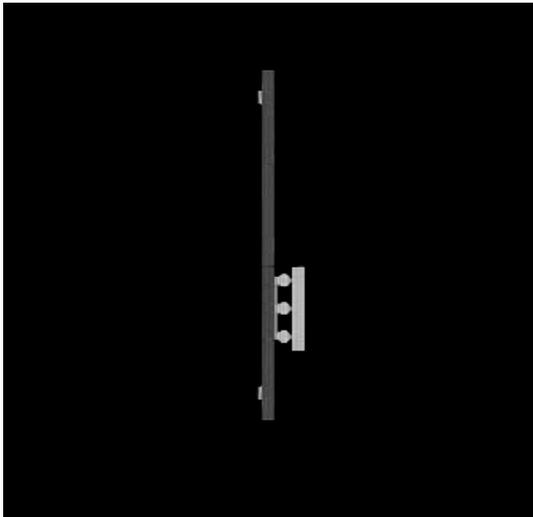


Abbildung 2.5: EZRT-PP, CT, SART, seitliche Ansicht

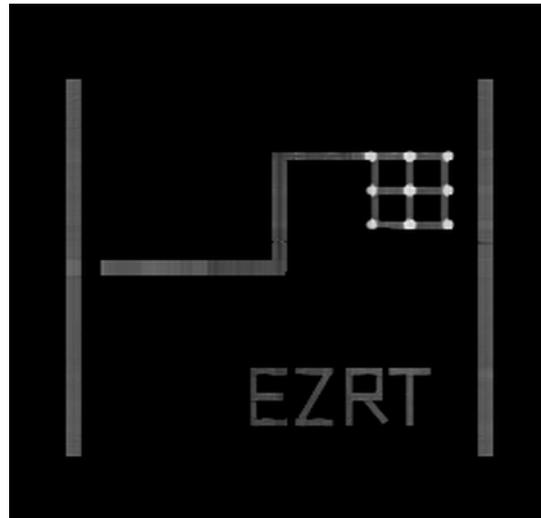


Abbildung 2.6: EZRT-PP, CT, SART, frontale Ansicht

Vergleicht man eine Rekonstruktion des Platinephantoms bei vollen 360° (Abb. 2.6) und eingeschränkten 90° (Abb. 2.4), erkennt man die Verwischungsartefakte, welche sich teilweise in die Fokusebene hinein erstrecken. Noch deutlicher werden die Auswirkungen des fehlenden Winkelbereiches in der seitlichen Ansicht orthogonal zur Fokusebene. Bei vollständigen Daten (Abb. 2.5) lassen sich die Hauptplatte und das aufgesetzte *ball grid array* klar trennen. Mit eingeschränkten Daten (Abb. 2.3) ist nur das *ball grid array* scharf abgebildet, da sich dieses in der Fokusschicht befindet. Je weiter man sich von dieser entfernt, desto ausgeprägter werden die Verwischungsartefakte. Die typische Rautenform des rekonstruierten Objektes innerhalb des Volumens hängt vom verwendeten Winkelbereich ab.

2.2.2 Translationslaminographie

Die Klasse der Translationslaminographien umfaßt alle Trajektorien, bei denen die Bewegung einzelner Komponenten nur entlang einer Linie, d.h. in Form einer eindimensionalen Translation, erfolgt. Für große Bauteile ist diese Form der Computerlaminographie interessant, da die mechanische Umsetzung leicht zu realisieren ist. Von Nachteil ist der eingeschränkte Durchstrahlungswinkel, der die Tiefenauflösung teilweise drastisch limitiert. Eine detaillierte Übersicht lässt sich in [57] finden.

2.2.2.1 Parallele Translationslaminographie

Die einfachste Form der Translationlaminographie (TCL) ist die parallele Translationlaminographie (pTCL). Das Objekt wird zwischen parallel zueinander mit Abstand DSD (*distance source detector*) angeordneter Quelle und Detektor entlang des Vektors v hindurchgeschoben. Der Öffnungswinkel α der Röntgenröhre gibt hierbei den maximalen Durchstrahlungswinkel vor. Damit ist die erreichbare Tiefenauflösung relativ gering und damit auch der sinnvoll zu rekonstruierende Bereich. Zur Inspektion bereits fest verbauter Objekte in Industrieanlagen, Kraftwerken oder Ähnlichem mit transportabler Röntgenröhre und Detektor sowie wenigen Aufnahmen findet diese Geometrie durchaus ihren Einsatz in der Praxis.

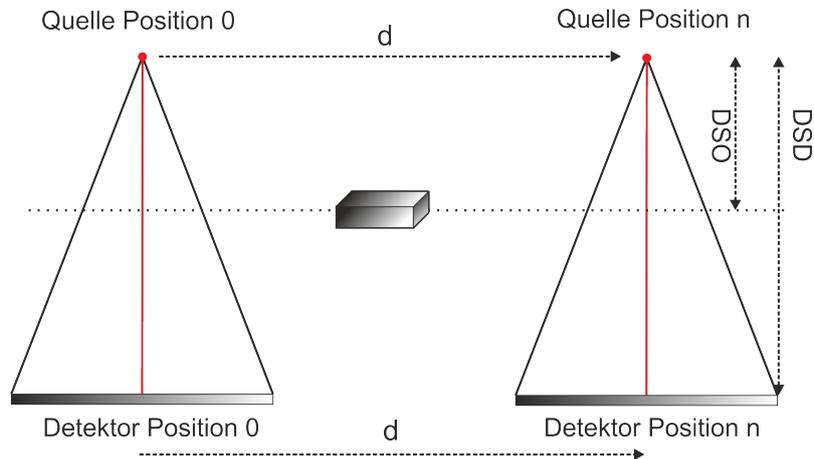


Abbildung 2.7: Parallele Translationslaminographie (pTCL)

Geometrie 2. Parallele Translationslaminographie

$$Q(i) = \begin{pmatrix} \frac{i \cdot d}{n-1} - \frac{d}{2} \\ -DSD \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } i \in [0, \dots, n], d \in \mathbb{R}$$

$$D(i) = \begin{pmatrix} \frac{i \cdot d}{n-1} - \frac{d}{2} \\ DSD - DSD \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } i \in [0, \dots, n], d \in \mathbb{R}$$

$$d_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad d_h = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

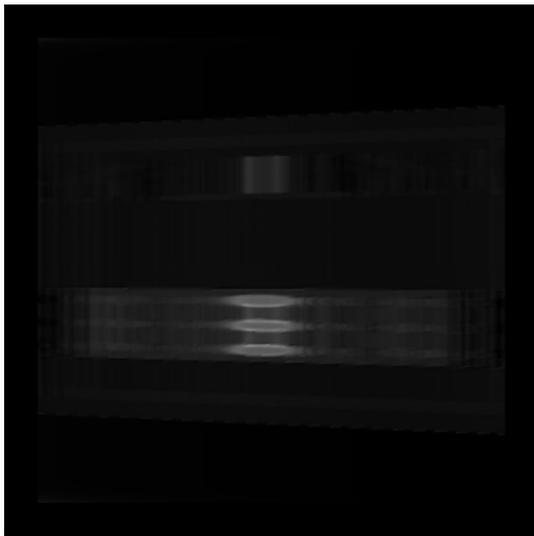


Abbildung 2.8: EZRT-PP, pTCL, SART, seitlich Ansicht

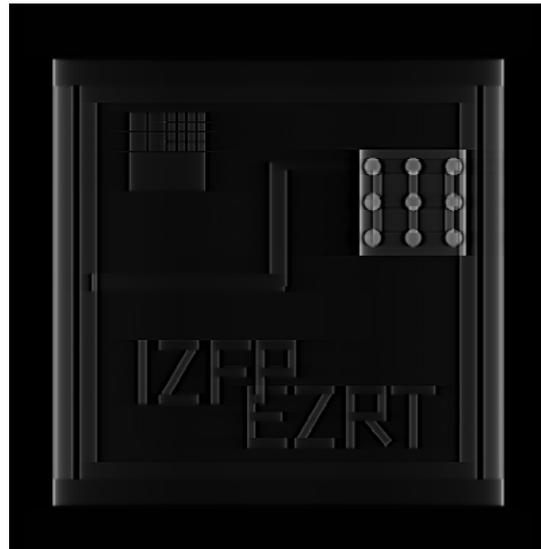


Abbildung 2.9: EZRT-PP, pTCL, SART, frontale Ansicht

In (Abb. 2.8) sieht man klar den geringen Öffnungswinkel der Röntgenquelle. Die kugelförmigen *Ball-Grid-Arrays* sind stark in Durchstrahlungsrichtung verzerrt. Die liegt an der geringen Tiefenschärfe, die sich mit der parallelen Translationslaminographie erreichen lässt.

2.2.2.2 Gegenläufige Translationslaminographie

Die gegenläufige Translationslaminographie erfordert zwei synchron zu bewegendene Komponenten. Es können beispielsweise Quelle und Objekt bewegt werden, während der Detektor still steht oder Detektor und Objekt beweglich sein bei fester Quelle. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit sei der dritte Fall angenommen, in dem das Objekt fest positioniert ist und Quelle und Detektor mobil sind. Dann bewegen sich Quelle und Detektor entlang gegenläufiger Vektoren v_Q und v_D , mit $V_Q \parallel V_D$. Bei dieser Bewegung ändert sich der Durchstrahlungswinkel im Bereich von $+\beta^\circ$ über 0° zu $-\beta^\circ$, sodass man mehr Information über das Objekt erhält, als im Falle der parallelen Translationslaminographie.

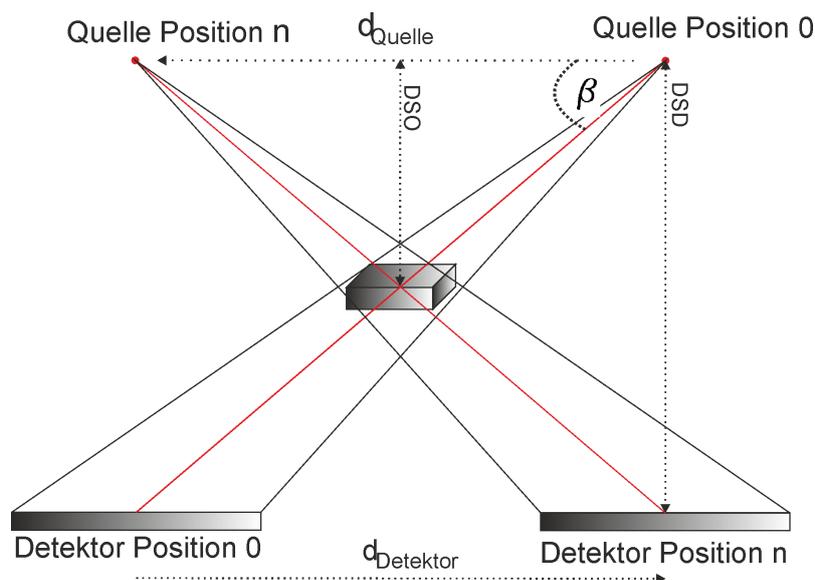


Abbildung 2.10: Gegenläufige Translationslaminographie (gTCL)

Geometrie 3. Gegenläufige Translationslaminographie

$$Q(i) = \begin{pmatrix} \frac{i \cdot d_{\text{Quelle}}}{n-1} - \frac{d_{\text{Quelle}}}{2} \\ -DSO \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } i \in [0, \dots, n], d_{\text{Quelle}} \in \mathbb{R}$$

$$D(i) = \begin{pmatrix} \frac{(n-1-i) \cdot (DSD-DSO) \cdot \left(\frac{d_{\text{Quelle}}}{DSO}\right)}{n-1} - \frac{(DSD-DSO) \cdot \left(\frac{d_{\text{Quelle}}}{DSO}\right)}{2} \\ DSD - DSO \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } i \in [0, \dots, n]$$

$$d_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad d_h = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Winkelbereich : ω Öffnungswinkel

Verfahrweg : d_{Quelle} bzw. $d_{\text{Detektor}} = (DSD - DSO) * \left(\frac{d_{\text{Quelle}}}{DSO}\right)$

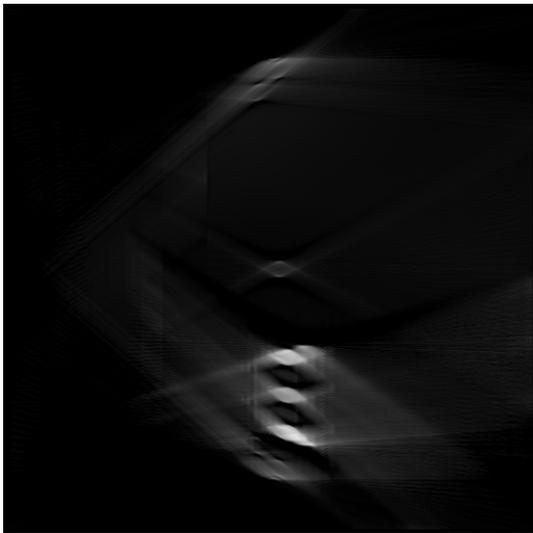


Abbildung 2.11: EZRT-PP, gTCL, SART, seitliche Ansicht



Abbildung 2.12: EZRT-PP, gTCL, SART, frontale Ansicht

Vergleicht man die Rekonstruktion des Platinephantoms mit paralleler (Abb. 2.8) und gegenläufiger (Abb. 2.11) Translationslaminographie miteinander, so zeigt sich die Verbesserung durch den größeren Durchstrahlungswinkel. In der pTCL bestimmt allein der Öffnungswinkel der Quelle den Durchstrahlungswinkel, während bei der gTCL die Relation der Verfahrwege den verfügbaren Winkelbereich erweitert. Dadurch lässt sich das Objekt schräger durchstrahlen und eine höhere Tiefenschärfe gewinnen.

2.2.3 Rotationslaminographie

Im Gegensatz zur rein translatorischen Bewegung einer oder mehrerer Komponenten entlang von Geraden wie in der TCL, benutzt die Rotationslaminographie (RCL) kreisförmige Trajektorien in zueinander parallelen Ebenen. Verglichen mit der Translationslaminographie sind die Ansprüche an die Mechanik wesentlich höher, da die Bewegung nun nicht länger linear durch zwei parallele Translationsachsen geschehen kann, sondern insgesamt vier Translationsachsen bedarf, um die zweidimensionale Kreisbahn diskret nachfahren zu können. Alternativ kann eine Komponente auch auf einer Gantry halbbogenförmig bewegt werden. Beide Möglichkeiten bergen höhere Fehlpositionierungsgefahren hinsichtlich der synchronen Bewegung im Raum, als die mechanisch einfache lineare Bewegung im Falle der Translationslaminographie.

2.2.3.1 Planare Rotationslaminographie

Die planare Rotationslaminographie (pRCL) ist die klassische Geometrie, die schon frühzeitig zur laminographischen Prüfung mit Film zum Einsatz gekommen ist. Zwei der drei Komponenten Quelle, Objekt, Detektor werden dabei gegenläufig auf Kreisbahnen in zueinander parallelen Ebenen bewegt. Wichtig ist hierbei, dass die Komponenten selbst nicht rotieren, sondern ihre Anfangsorientierung beibehalten. Die Wahl der beweglichen Komponenten ist vom mathematischen Aspekt her beliebig, da alle Kombinationen äquivalent sind und durch entsprechende Operatoren ineinander überführt werden können. Die kreisförmige Bewegung der Zentren der Komponenten hingegen stellt eine Rotation um eine gemeinsame Drehachse dar. In der Praxis werden die einzelnen Punkte der Trajektorien über zwei Translationsachsen angefahren, sodass die feste Orientierung der Komponenten gewährleistet bleibt. Wir behandeln exemplarisch den Fall eines festen Objektes und synchron bewegter Quelle und Detektor (Abb. 2.13). Die Positionen der Komponenten bei den Kombination mit fester Quelle (Abb. 2.17) beziehungsweise festem Detektor (Abb. 2.16) lassen sich analog herleiten.

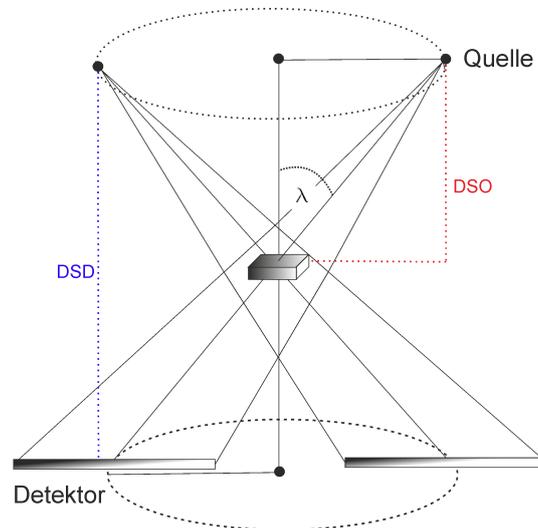


Abbildung 2.13: pRCL Geometrie mit festem Objekt

Die Radien r_Q und r_D der Bahnen von Quelle und Detektorzentrum lassen sich mit Hilfe des Laminographiewinkels λ sowie den Abständen DSO und DSD berechnen :

$$r_Q = \tan \lambda \cdot DSO, \quad r_D = \tan \lambda \cdot (DSO - DSD)$$

Damit ergeben sich die Startpositionen von Quelle, Objekt und Detektorzentrum :

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_Q \\ DSO \end{pmatrix} O_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} D_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_D \\ DSO - DSD \end{pmatrix}$$

Da das Objekt stets im Ursprung des Koordinatensystems liegt, verändert sich dessen Position im Folgenden nicht. Die Rotation von Quelle und Detektor lässt sich mit Hilfe der Rotationsmatrix $R_z(\theta)$ bestimmen, welche eine Drehung um θ um die z-Achse beschreibt.

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich die Position von Quelle bzw. Detektorzentrum bei Projektion θ durch Multiplikation der Startpositionen Q_0, D_0 mit der Drehmatrix $R_z(\theta)$:

$$Q_\theta = R_z(\theta) \cdot Q_0 = \begin{pmatrix} -r_Q \sin \theta \\ r_Q \cos \theta \\ DSO \end{pmatrix}, \quad D_\theta = R_z(\theta) \cdot D_0 = \begin{pmatrix} r_D \sin \theta \\ -r_D \cos \theta \\ DSO - DSD \end{pmatrix}$$

Obwohl sich der Detektor auf einer Kreisbahn in der Ebene bewegt, findet keine Rotation um das Detektorzentrum statt, d.h. die Vektoren d_h, d_v , welche die Detektorebene aufspannen, sind invariant unter θ .

$$d_h = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, d_v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Geometrie 4. Planare Rotationslaminographie (pRCL)

$$Q_\theta = \begin{pmatrix} -r_Q \sin \theta \\ r_Q \cos \theta \\ DSO \end{pmatrix}, \quad D_\theta = \begin{pmatrix} r_D \sin \theta \\ -r_D \cos \theta \\ DSO - DSD \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \theta \in [0, 2\pi]$$

$$d_h = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, d_v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

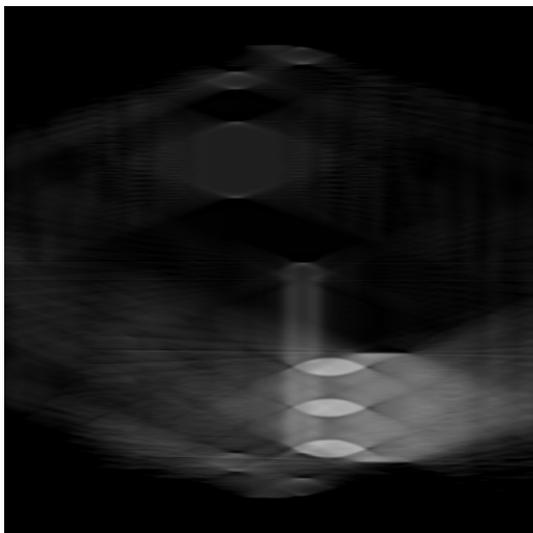


Abbildung 2.14: EZRTPP, pRCL, Ectomographie, seitliche Ansicht

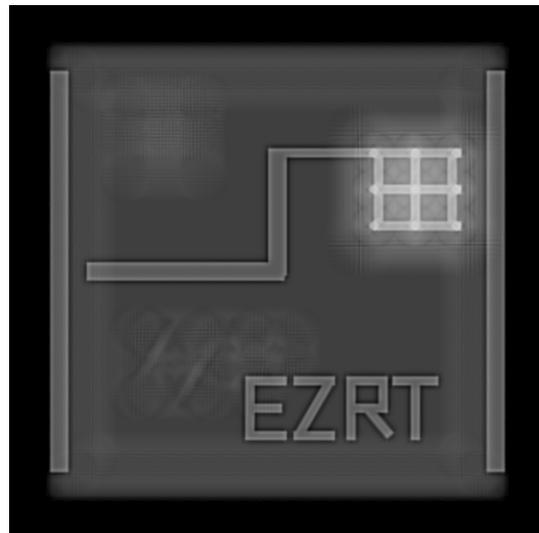


Abbildung 2.15: EZRT-PP, pRCL, Ectomographie, frontale Ansicht

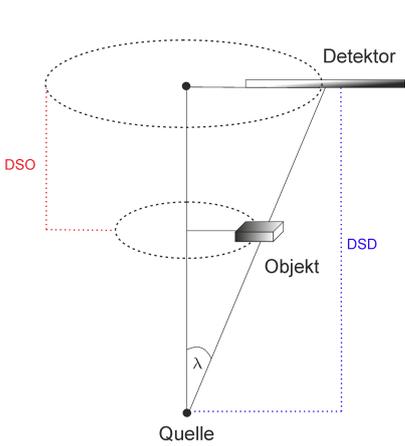


Abbildung 2.16: pRCL Geometrie mit festem Detektor

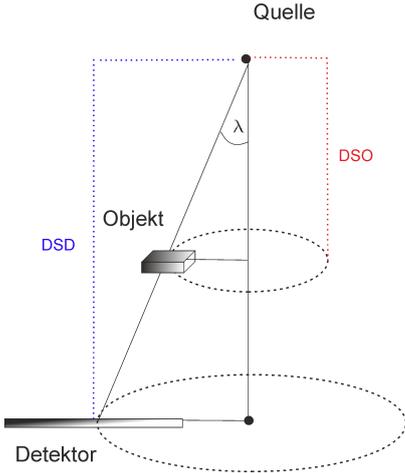
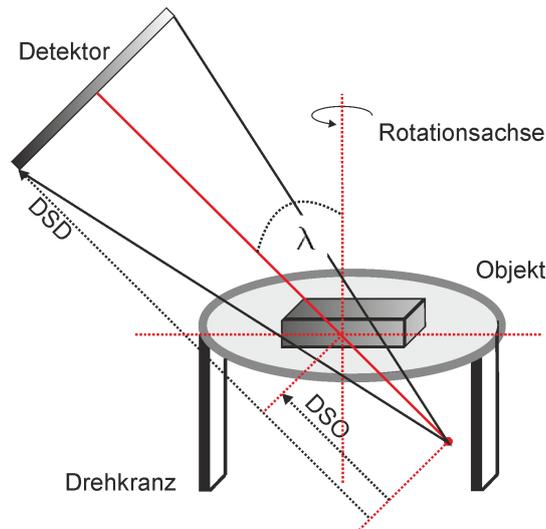


Abbildung 2.17: pRCL Geometrie mit fester Quelle

2.2.3.2 Rotationslaminographie CLARA



Bei einer gewöhnlichen planaren Rotationslaminographie stellt die genaue Positionierung durch die Vielzahl der synchron zu bewegenden Achsen ein großes Problem dar. Durch eine geeignete Transformation lässt sich die pRCL Geometrie in ein äquivalentes Geometriesystem umwandeln, bei dem das Objekt nur um eine Rotationsachse bewegt werden muss. Die bei der normalen pRCL minimal notwendigen 4-6 Linearachsen entfallen damit zugunsten eines mechanisch wesentlich einfacheren Systems. Die Umsetzung dieses Konzepts führte zur experimentellen Computerlaminographieanlage CLARA (ComputerLaminographie und Radiographieanlage) des Fraunhofer EZRT [39, 41, 38].

Unter Berücksichtigung der zur Messung bekannten Parameter DSO , DSD , λ , d_h , d_v lassen sich die Positionen von Quelle, Detektor und Objekt im \mathbb{R}^3 analytisch berechnen. Als Startpunkt dient die Geometrie der planaren Rotationslaminographie, d.h. Quelle und Detektor bewegen sich auf gegenläufigen Kreisbahnen in zueinander in z-Richtung parallelen Ebenen.

Die Positionen von Quelle und Detektorzentrum entsprechen denen der bereits bekannten planaren Rotationslaminographie (2.2.3.1) :

$$Q_\theta = R_z(\theta) \cdot Q_0 = \begin{pmatrix} -r_Q \sin \theta \\ r_Q \cos \theta \\ DSO \end{pmatrix}, \quad D_\theta = R_z(\theta) \cdot D_0 = \begin{pmatrix} r_D \sin \theta \\ -r_D \cos \theta \\ DSO - DSD \end{pmatrix}$$

Damit ist die Position der Quelle vollständig bestimmt. Modifiziert werden müssen hingegen die Vektoren d_h und d_v , die den Detektor aufspannen. Im Gegensatz zur pRCL steht der Detektor in der CLARA-Geometrie senkrecht auf dem Zentralstrahl. d_h stellt dabei den Vektor dar, der tangential zur Kreisbahn liegt :

$$d_h = R_z(\theta) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

d_v ist orthogonal zu d_h und zum Zentralstrahl (Def. 2.4), der auch gleichzeitig Hauptstrahl (Def. 2.5) ist. Somit hängt d_v auch vom Laminographiewinkel λ ab. Die Drehung um d_h um λ lässt sich mit Hilfe der Rotationsmatrix R_{d_h} durchführen :

$$R_{d_h}(\lambda) = \begin{pmatrix} \sin \theta \sin \theta(1 - \cos \lambda) + \cos \lambda & -\sin \theta \cos \theta(1 - \cos \lambda) & \cos \theta \sin \lambda \\ -\sin \theta \cos \theta(1 - \cos \lambda) & \cos \theta \cos \theta(1 - \cos \lambda) + \cos \lambda & \sin \theta \sin \lambda \\ -\cos \theta \sin \lambda & -\sin \theta \sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich für d_v :

$$d_v(\theta) = R_t(\lambda) \cdot d_v(0) = \begin{pmatrix} \cos \theta \sin \theta \\ \sin \theta \sin \lambda \\ \cos \lambda \end{pmatrix}$$

Geometrie 5. Rotationslaminographie CLARA

$$Q_\theta = \begin{pmatrix} -r_Q \sin \theta \\ r_Q \cos \theta \\ DSO \end{pmatrix}, \quad D_\theta = \begin{pmatrix} r_D \sin \theta \\ -r_D \cos \theta \\ DSO - DSD \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \theta \in [0, 2\pi]$$

$$d_h = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d_v(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta \sin \theta \\ \sin \theta \sin \lambda \\ \cos \lambda \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \lambda \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$



Abbildung 2.18: EZRT-PP, CLARA, SART, seitliche Ansicht



Abbildung 2.19: EZRT-PP, CLARA, SART, frontale Ansicht

Datensatz 1. IZFP Platinephantom

Objekt : Synthetisch berechnete Platine mit Leiterbahnen, Ball Grid Array und Logo

Geometrie : CT

DSO / DSD : 43.34 cm / 152.30 cm

Projektionsanzahl : 400

Projektionsdimension : 1024 x 1024 Pixel

Winkelbereich : 360°

Geometrie : Swinglaminographie

DSO / DSD : 43.34 cm / 152.30 cm

Projektionsanzahl : 50

Projektionsdimension : 1024 x 1024 Pixel

Winkelbereich : 90°

Geometrie : parallele Translationscomputerlaminographie

DSO / DSD : 55.70 cm / 143.38 cm

Projektionsanzahl : 40

Projektionsdimension : 1024 x 1024 Pixel

Verfahrweg : 5 cm

Öffnungswinkel Quelle : 16.25°

Geometrie : gegenläufige Translationscomputerlaminographie

DSO / DSD : 55.70 cm / 143.38 cm

Projektionsanzahl : 40

Projektionsdimension : 512 x 512 Pixel

Verfahrweg Quelle / Verfahrweg Detektor : 5 cm / 50 cm

Öffnungswinkel Quelle : 16.25°

Geometrie : planare Rotationslaminographie

DSO / DSD : 43.34 cm / 152.30 cm

Projektionsanzahl : 40

Projektionsdimension : 512 x 512 Pixel

Laminographiewinkel : 45°

Geometrie : CLARA

DSO / DSD : 43.34 cm / 152.30 cm

Projektionsanzahl : 40

Projektionsdimension : 512 x 512 Pixel

Laminographiewinkel : 45°

2.2.4 Grenzen der Computerlaminographie

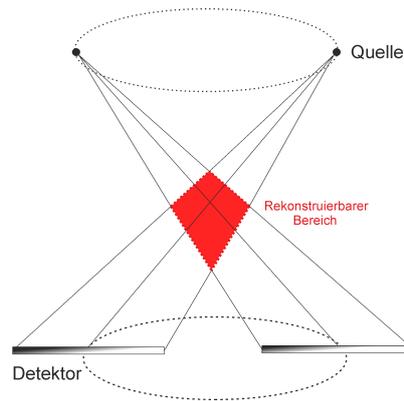


Abbildung 2.20: Planare Rotationslaminographie - Rekonstruierbarer Bereich

Aufgrund des eingeschränkten Durchstrahlungswinkels bei computerlaminographischen Verfahren - verglichen mit der Standard Kreis CT - ergibt sich eine Beschränkung an die sinnvoll rekonstruierbaren Volumenbereiche. Stellvertretend betrachte man die CLARA Geometrie (Abschnitt 2.2.3.2). Ein sehr kleiner Laminographiewinkel führt zu einer fast senkrechten Durchstrahlung des Objektes und schränkt dadurch die erreichbare Tiefenschärfe stark ein. Erweitert man den Durchstrahlungswinkel z.B. von 30° (Abb. 2.21) auf 45° (Abb. 2.22), so vergrößert sich auch die vertikale Ausdehnung des Volumenbereiches, der scharf rekonstruiert wird. Ein hypothetischer Laminographiewinkel von 90° würde bei entsprechender Detektororientierung somit einer normalen Kreis-CT entsprechen. Daher sind laminographische Verfahren besonders geeignet für flache, ausgedehnte Objekte, da der scharf rekonstruierbare Bereich in diesen Fällen das ganze Objekt umfasst. Zusätzlich stören die Verwischungsartefakte kaum, da die Ebenen unter- und überhalb des Objektes nur Luft enthalten und daher keine zusätzlichen störenden Strukturen in die Fokusbereiche verschmiert werden. Aus denselben Gründen ist der Einsatz laminographischer Verfahren bei kompakten Objekten problematisch, da hier nur der zentrale Teil des Objektes in den Fokusbereich fällt, während die restlichen Ebenen nicht rekonstruiert werden können aber Verwischungsartefakte verstärken.

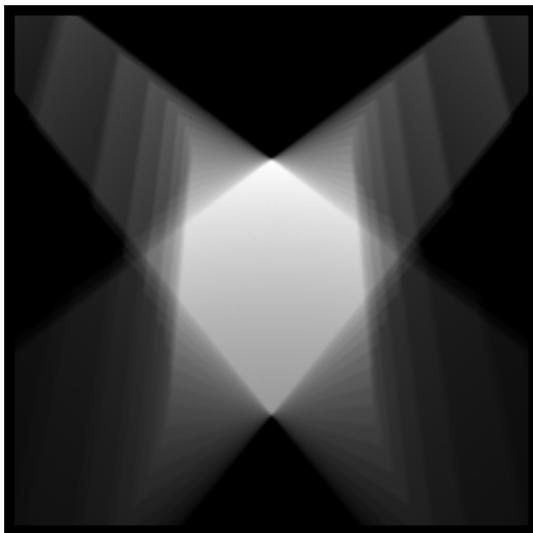


Abbildung 2.21: Getroffene Voxel bei typischer CLARA Geometrie, 30° Laminographiewinkel

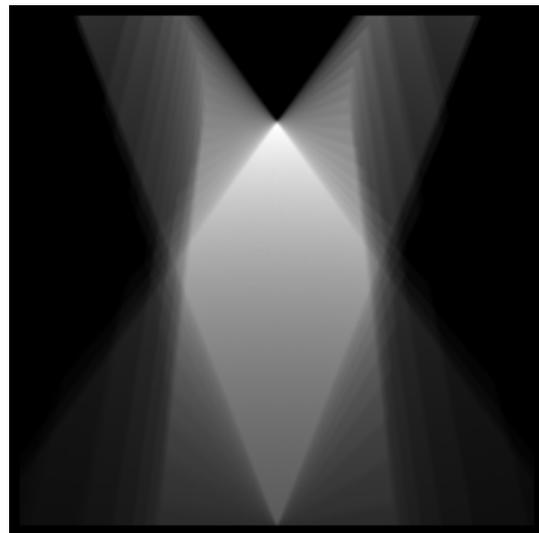


Abbildung 2.22: Getroffene Voxel bei typischer CLARA Geometrie, 45° Laminographiewinkel

Kapitel 3

Iterative Rekonstruktion

3.1 Implementierung und Parameterwahl

Die Implementierung aller vorgestellten Rekonstruktionsverfahren erfolgt unparallelisiert auf CPU in der Programmiersprache C/C++ und C#. Im folgenden Kapitel wird auf die einzelnen Implementierungsdetails und Parameter näher eingegangen.

3.1.1 Projektionsoperator

Der Projektionsoperator, der sowohl bei Vorwärts- als auch Rückprojektion zum Einsatz kommt, spielt eine zentrale Rolle innerhalb der iterativen Rekonstruktionsverfahren. Am Gesamtrechenaufwand tragen die Berechnungen zur Bestimmung der getroffenen Voxel und deren Durchstrahlungslänge den Hauptanteil. Daher ist eine wohlüberlegte Wahl des Projektionsoperators von zentraler Bedeutung.

Eines der Hauptthemen der Computergraphik ist das Problem der Simulation der Lichtausbreitung. Eine wichtige Klasse von Methoden zur Lösung dieser Aufgabe basiert physikalisch auf der geometrischen Optik. Einer der erfolgreichsten Algorithmen für die rechnerische Realisierung ist das sogenannte *Ray Tracing* (Strahlverfolgung). Im Ray Tracing werden Photonen durch unendlich dünne Strahlen modelliert und deren Verbreitung durch Rückverfolgung dieser Strahlen berechnet. Zu diesem Zweck ist es notwendig, die Schnittpunkte der Strahlen mit dem zu beleuchtenden Objekt zu finden. Ein klassisches Objekt in diesem Sinne ist das regelmäßige kartesische drei-dimensionale Gitter. Dieses Gitter besteht aus zueinander orthogonalen parallelen Ebenscharen in x-, y- und z-Richtung. Einen klassischen, in der Computergrafik immer noch sehr häufig benutzten, *Raytracer* stellt der sogenannte *Digital Difference Analyser (DDA)* dar. In den 80er Jahren entwickelt [28, 1, 4] bildet er das Fundament für eine Klasse schneller *Raytracing* Algorithmen. Die in der Medizintechnik aktuell benutzten Verfahren [21, 9] basieren weitestgehend auf dem Siddonverfahren [49], das im Endeffekt die gleiche Grundidee wie der DDA benutzt. In der vorliegenden Implementierung wird ein klassisches DDA Verfahren benutzt.

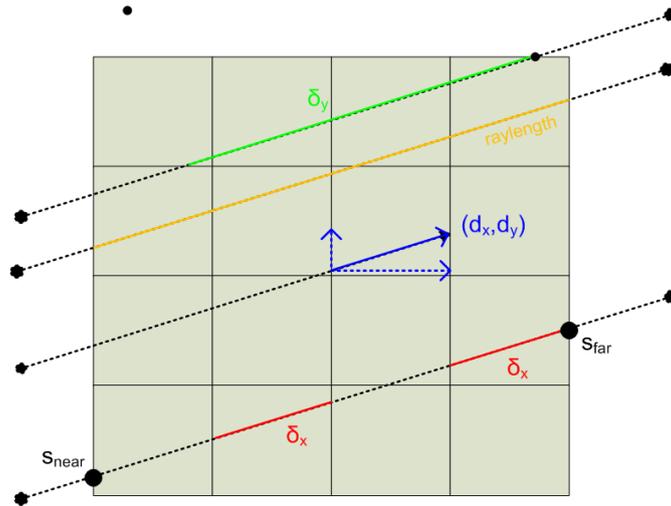


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des DDA Verfahrens

Startpunkt s_{near} : Punkt in dem der Strahl Quelle-Detektor das Gesamtvolumen betritt

Endpunkt s_{far} : Punkt in dem der Strahl Quelle-Detektor das Gesamtvolumen verlässt

Aktuelle Position auf Strahl : p , Gesamtstrahlänge $raylength = |s_{near} - s_{far}|$

Voxelindex von p : m

Strahlabstände zwischen parallelen Ebenen in x, y, z Richtung entlang eines Strahls jeweils konstant = $\delta_x, \delta_y, \delta_z$

Abstand zur nächsten x, y, z - Ebene von aktueller Position p : d_x, d_y, d_z

Steigung des Strahls bzgl. x, y, z Ebenen : $dir_x = \pm 1, \quad dir_y = \pm 1, \quad dir_z = \pm 1$

Voxelindexinkremente : $p_x = dir_x, \quad p_y = dir_y \cdot dim_x, \quad p_z = dir_z \cdot dim_x \cdot dim_y$

Die Voxel des Volumens werden durch einen Vektor der Länge $dim_x \cdot dim_y \cdot dim_z$ repräsentiert. Zwischen Voxel (i, j, k) und Voxel $(i, j + 1, k)$ liegen daher genau dim_x Voxel und analog für Voxel $(i, j, k + 1)$ $dim_x \cdot dim_y$ Voxel.

Pseudocode 3.1. *DDA Step*

```

dMin = min( $d_x, d_y, d_z$ )

if dMin ==  $d_x$ 

     $d_x = \delta_x$ 
     $d_y = d_y - d_x$ 
     $d_z = d_z - d_x$ 
     $m = m + p_x$ 
     $weight_m = dMin \cdot raylength$ 

elseif dMin ==  $d_y$ 

     $d_x = d_x - d_y$ 
     $d_y = \delta_y$ 
     $d_z = d_z - d_y$ 
     $m = m + p_y$ 
     $weight_m = dMin \cdot raylength$ 

elseif dMin ==  $d_z$ 

     $d_x = d_x - d_z$ 
     $d_y = d_y - d_z$ 
     $d_z = \delta_z$ 
     $m = m + p_z$ 
     $weight_m = dMin \cdot raylength$ 

```

Um die getroffenen Voxel und Durchstrahlungslängen eines Strahles zwischen Quelle und Detektorpixel zu bestimmen geht das DDA Verfahren folgendermaßen vor : Zuerst werden der Eintrittspunkt s_{near} und der Austrittspunkt s_{far} des Strahles bezüglich des Gesamtvolumens berechnet und der Index m des Voxels angegeben, in dem s_{near} liegt. Dann werden die einzelnen, für jeden Strahl konstanten, Abstände δ_x, δ_y und δ_z zwischen den parallelen x,y und z-Ebenen, die das Voxelvolumen bilden, berechnet. Ausgehend vom Eintrittsvoxel s_{near} wird nun durch Vergleich von d_x, d_y und d_z geprüft, zu welcher der drei parallelen Ebenen der geringste Abstand besteht und entsprechend vom aktuellen Voxel p zum nächsten Voxel in der jeweiligen Richtung gesprungen. Das bedeutet eine entsprechende Inkrementierung des aktuellen Voxelindices um p_x, p_y oder p_z . Gleichzeitig wird das entsprechende d_i auf das konstante δ_i gesetzt, je nachdem ob die x,y oder z-Ebene den geringsten Abstand aufwies. Parallel dazu wird das Gewicht des Voxels als Anteil der Durchstrahlungslänge im Voxel bezogen auf die gesamte Durchstrahlungslänge vermöge $weight = (d_i - p) \cdot raylength$ berechnet. Ausgehend von diesem neuen Voxel wird nun der Prozess solange wiederholt, bis der aktuelle Voxelindex größer als der maximale Voxelindex von s_{far} ist und daher das Volumen verlassen wurde. Man hat somit eine Liste aller getroffenen Voxel des Volumens für diesen Strahl erhalten. Es bietet sich an, direkt im Algorithmus die Berechnung der gewichteten Strahlsumme durchzuführen, sodass die Schleife über alle getroffenen Voxel nicht ein zusätzliches Mal durchlaufen werden muss.

3.1.2 Parameterwahl für (S)ART Rekonstruktion

Aus Gründen der Rechenzeit wurde das (S)ART-Verfahren pixelbasiert implementiert, d.h. von der Quelle aus wird für jeden Pixel des Detektors ein Strahl durch das Volumen berechnet. Alternativ wäre eine voxelbasierte Variante möglich, bei der Strahl von der Quelle aus durch das Zentrum jeden Voxels führt und anschließend der Schnittpunkt mit dem Detektor berechnet wird.

3.1.2.1 Projektionsreihenfolge

Die Reihenfolge, in der die einzelnen Projektionen verarbeitet werden spielt bei iterativen Rekonstruktionen eine große Rolle. Für eine schnelle Konvergenz ist es notwendig, dass aufeinander folgende Projektionen aus möglichst orthogonal zueinander stehenden Winkeln aufgenommen wurden. Würde man eine sequentielle Projektionsreihenfolge wählen, so unterschieden sich aufeinander folgende Projektionen nur geringfügig, womit auch die resultierende Korrektur des Volumens geringer ausfallen würde und somit mehr Iterationen benötigt würden. Es gibt zahlreiche Ansätze, wie die Projektionsreihenfolge sinnvoll zu wählen ist. Ein einfacher aber effektiver Ansatz ist die zufällige Projektionsreihenfolge [20, 19], andere Möglichkeiten beruhen auf einer maximalen Orthogonalität zwischen den einzelnen Projektionen [42, 29] oder dem goldenen Schnitt [30]. In der Praxis hat sich gezeigt, dass bei realen Messdaten die Unterschiede zwischen optimierter und zufällig gewählter Projektionsreihenfolge marginal sind, sodass bei allen Rekonstruktionen in dieser Arbeit grundsätzlich eine zufällige Projektionsreihenfolge gewählt wurde. Um die Vergleichbarkeit zwischen Rekonstruktionen verschiedener Parameter zu gewährleisten, wurde dabei stets die gleiche zufällige Projektionsreihenfolge benutzt.

3.1.2.2 Alternative Basisfunktionen

Traditionell werden als Basisfunktionen Voxel (*volume elements*) verwendet, da diese eine intuitive Darstellung erlauben und leicht durch bekannte Raytracer handhabbar sind. Nachteile der Voxelbasis liegen in ihrer fehlenden Bandbeschränktheit im Frequenzraum, wodurch diese Basisfunktionen anfällig für Aliasing-Artefakte sind. Eine Alternative in Form von sphärischen Kaiser-Bessel-Funktionen, sogenannten *blobs* wurde von Lewitt [32] vorgeschlagen. Diese Funktionen sind bandbeschränkt im Ortsraum und fast bandbeschränkt im Frequenzraum und daher prinzipiell robuster gegenüber Samplingartefakten. Im Gegensatz zur Voxelbasis können keine herkömmlichen Raytracer aus der Computergrafik verwendet werden, sondern müssen neue Verfahren zur Berechnung der getroffenen Blobs und deren Durchstrahlungslängen entwickelt werden. Aus diesem Grund und wegen der Inkompatibilität mit der auf Voxeldarstellung beruhenden vorhandenen Visualisierungssoftware beschränkt sich diese Arbeit auf die Verwendung der traditionellen Voxelbasis.

3.1.2.3 Relaxationsfaktor

Sowohl bei ART, als auch bei SART, kann ein zusätzlicher Gewichtungsfaktor für die Rückprojektion in Form des Relaxationsfaktors λ benutzt werden. Dieser Relaxationsfaktor [10] steuert voxelweise die Größe des Korrekturwertes, der in der Rückprojektion in das Rekonstruktionsvolumen addiert wird. Für Werte kleiner 1 kann man dadurch etwaige Oszillationen während der Rekonstruktion kompensieren, wenn beispielsweise eine Projektion den Wert für Voxel v_j zu stark nach oben korrigiert, während die darauffolgende Projektion den Wert wieder zu stark nach unten ändert. Aus praktischer Erfahrung hat sich gezeigt, dass ein Wert von 0.6 für die meisten Objekte gute Ergebnisse erzielt. Besteht das zu untersuchende Objekt aus sehr schwach absorbierenden Materialien, so sollte ein Wert < 0.6 gewählt werden, bei sehr dichten Materialien, wie Metallen, eher ein Wert > 0.6 , um eine beschleunigte Konvergenz zu erreichen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde für alle Rekonstruktionen der Standardwert $\lambda = 0.6$ verwendet.

3.1.2.4 Normierung

Üblicherweise werden alle zur Rekonstruktion nötigen Berechnungen in 32 bit *float* ausgeführt. Das berechnete Volumen wird anschließend auf Werte von 0 bis 65535 normiert, was dem Standarddatentyp 16 bit *unsigned short* entspricht. Dadurch lässt sich das Ergebnis am Bildschirm für das menschliche Auge besser auswertbar darstellen. Ein gravierender Nachteil dieser Normierung ist die resultierende Kontrastreduktion bei Artefaktvoxeln. Da der niedrigste im Volumen vorkommende Voxelwert auf 0 und der größte auf 65535 gesetzt wird, können einzelne Artefakte zu hoher oder niedriger Dichte den Kontrast der gesamten Rekonstruktion entsprechend beeinflussen. Gerade bei iterativen Rekonstruktionsverfahren tauchen oftmals am Rand des Volumens einzelne Voxel sehr hoher Dichte auf. Daher wird vor der Normierung eine äußere 5 Voxel tiefe Randschicht des Volumens auf 0 gesetzt, um dadurch den Kontrast zu erhalten. Soweit nicht anders angegeben, sind die Rekonstruktionen in dieser Arbeit ohne Normierung erfolgt, um die Effekte der entwickelten Verfahren eindeutig nachvollziehen zu können.

3.1.2.5 Iterationsanzahl

Aufgrund der relativ langen Rechenzeit pro Iteration wird die Anzahl der Iterationen vor der Rekonstruktion vorgegeben. Bei realen Messdaten ist es im Gegensatz zu simulierten Testdaten sehr schwierig ein sinnvolles Konvergenzkriterium zu finden. Prinzipiell wäre die absolute Differenz zwischen gemessener und berechneter Projektion geeignet, um ein Abbruchkriterium zu definieren. Da bei realen Daten jedoch durch unvermeidbare Messfehler und Inkonsistenzen Oszillationen in Form von Rauschen auftreten können, ist diese Vorgehensweise nicht optimal. Aus der Erfahrung heraus hat sich gezeigt, dass bei den typischen Aufnahmegeometrien und Rekonstruktionsparametern 5 Iterationen ausreichen, um ein qualitativ gutes Ergebnis zu erreichen. Gerade bei laminographischen Geometrien können zu viele Iterationen zu einer Verschlechterung der Rekonstruktion führen.

3.1.2.6 Darstellung der Rekonstruktion

Aufgrund der unterschiedlichen Geometrien oder stark abweichenden Grauwerte bei variierenden Parametern sind die dargestellten Schnitte durch die Rekonstruktionsvolumen nicht mit der gleichen Grauwertskala dargestellt. Wie in der Praxis sinnvoll, wurde der Kontrast so gewählt, dass die interessierenden Bereiche mit maximaler optischer Erkennbarkeit angezeigt werden. Um Vergleichbarkeit zu garantieren sind für alle relevanten Rekonstruktionen statistische Untersuchungen entlang von angegebenen Profillinien durchgeführt worden. Eine normierte Darstellung der einzelnen Grauwertverläufe bei verschiedenen Parametern oder Verfahren wird jeweils aufgeführt. Um den Signal-Rausch-Abstand (*signal to noise ratio* (SNR) : Mittelwert / Varianz) zu berechnen wurden entsprechende Flächen in homogenen Materialbereichen gewählt. In der gedruckten Version kann es zu dalsch dargestellten Bilder kommen, daher ist für die Betrachtung der Rekonstruktionsergebnisse die elektronische Version dieser Arbeit der gedruckten vorzuziehen.

3.1.2.7 Messdaten

Alle vorliegenden simulierten Messdaten wurden mit Hilfe der Software XLab berechnet. Die realen Messungen stammen von den CT-Anlagen bzw. der CL-Anlage CLARA des Fraunhofer IZFP.

3.1.2.8 Geometrieparameter

Die Positionen der einzelnen Komponenten lassen sich bei simulierten Daten anhand der in Kapitel 2 dargelegten Parametrisierungen analytisch bestimmen. Im Falle der realen Messdaten, die in CLARA Geometrie aufgenommen wurden (siehe Kapitel 5), ist stattdessen eine softwaregestützte Justage aufgrund von mechanischen Alignmenttoleranzen notwendig. Diese wurde mit

dem Programm CTAlign durchgeführt, welches im EZRT entwickelt wurde. Die realen Messungen in CT Geometrie (siehe Kapitel 4) sind mechanisch ausreichend genau justiert, sodass die analytische Berechnung der Positionen zu keinerlei Artefakten führt.

3.2 Korrektur von Aliasing-Artefakten

Für den Fall der CLARA-Geometrie erhält man mit dem gewöhnlichen ART-Algorithmus gute Ergebnisse. Wendet man ihn jedoch auf den translationslaminographische oder *Limited-angle* CT Geometrien an, so zeigen sich starke Moiré-artige Muster in der Rekonstruktion. Ein Test mit Parallelstrahlgeometrie zeigt keinerlei Artefakte. Daraus lässt sich schließen, dass die Kombination Kegelstrahlgeometrie - kubisches Voxelvolumen und quadratischer Detektor mit ebenfalls quadratischen Pixel bei der Vorwärts- / Rückwärtsprojektion Raycasting Fehler erzeugt. Da Zentralstrahl, Volumenschichten und Detektorzeilen in y -Richtung bei üblichen CT Anlagen mit Kreisgeometrie parallel liegen, wäre ein fehlerhaftes Raycasting durch Gleitkommafehler denkbar. In [55] werden diverse Ansätze zur Reduktion von Artefakte bei iterativen Verfahren zu diskutiert. Die dort gezogene Schlußfolgerung für voxelbasierte Rückprojektionen lautet, dass nur eine Erhöhung der Voxelanzahl des Rekonstruktionsvolumens zu einer Kompensation der Artefakte führe. Für pixelbasierte Rückprojektionen wie sie in der vorliegenden Arbeit verwendet werden verstärkt dieses Vorgehen die Artefakte allerdings, sodass diese Strategie hier keine Anwendung finden kann.

3.2.1 Abtaststrategien

Üblicherweise erfolgt die Abtastung des Detektors auf einem kubischen Gitter, dessen Knoten die Detektorpixelzentren darstellen. Die Benutzung des ART Verfahrens in Kreisgeometrie für dreidimensionale Volumina führt jedoch zu Artefakten, die einen ausgeprägten Moiré-Charakter aufweisen. Eine mögliche Ursache könnte in einer zu regelmäßigen Abtastung des Detektors liegen. Um dies zu prüfen und gegebenenfalls zu kompensieren, werden neben dem quadratischen Standardgitter auch ein hexagonales Gitter und ein partiell zufälliges Gitter untersucht.

3.2.1.1 Quadratisches Gitter

Das übliche quadratische Gitter tastet den Detektor gleichmäßig und äquidistant in x und y Richtung ab. Die Knoten des Gitters fallen dabei mit den Detektorpixelzentren zusammen.

Definition 3.2. *Quadratisches Gitter*

Für eine Basis $b = \{e_1, e_2\}$ mit $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ bildet

$$\Lambda_q = \{a_1 e_1 + a_2 e_2 \mid a_1, a_2 \in \mathbb{Z}\}$$

ein quadratisches Gitter von Rang 2.

3.2.1.2 Quadratisches Gitter mit Überabtastung

Eine mögliche, wenngleich auch rechenintensive Option zur Reduzierung der Moiré-Effekte ist das Überabtasten der Detektorpixel mit einem Faktor OS - in der Computergrafik unter dem Fachbegriff Oversampling bekannt. Jeder Pixel wird dabei in OS^2 Subpixel unterteilt und jeder dieser Subpixel durch einen Strahl abgetastet. Dadurch wird die Anzahl der in Vor- und Rückprojektion benutzten Strahlen um den Faktor OS^2 vergrößert und damit auch das Rekonstruktionsvolumen feiner durchstrahlt. Artefakte, die zum Beispiel durch Voxel, die nicht getroffen werden, entstehen, können somit kompensiert werden.

Definition 3.3. Quadratisches Gitter mit Überabtastung

Für eine Basis $b = \{e_1, e_2\}$ mit $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ bildet

$$\Lambda_{q_{OS}} = \{(a_1 - (0.5 - \frac{1}{2OS} + b_i)e_1 + (a_2 - (0.5 - \frac{1}{2OS} + b_j)e_2 \mid a_1, a_2 \in \mathbb{Z}, b_i, b_j \in [0, OS - 1])\}$$

ein überabgetastetes quadratisches Gitter von Rang 2.

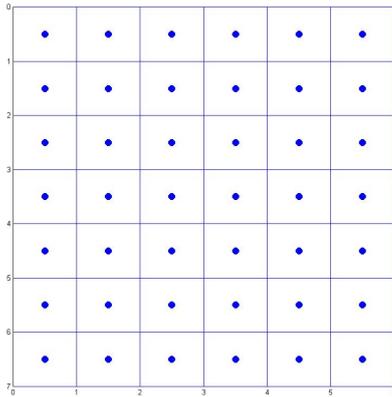


Abbildung 3.2: Quadratisches Gitter

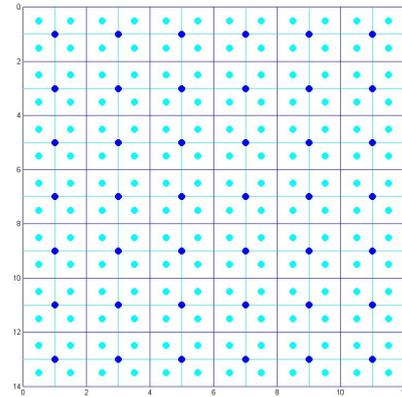


Abbildung 3.3: Quadratisches Gitter mit Oversampling 2

3.2.1.3 Quadratisches Gitter mit Jittering

Aus der Computergrafik ist ein Verfahren zum Anti-Aliasing bekannt, das die starre quadratische Abtastung durch einen zufälligen Abweichwert zu einem gewissen Grad randomisiert. Diese *Jittering* genannte Methode addiert zu den Knoten, die durch das quadratische Gitter vorgegeben sind, eine zufällige Abweichung der x- und y-Koordinate innerhalb des Detektorpixels und benutzt die neu berechnete Position anstelle des Zentrums des quadratischen Knotens. Durch eine geeignete Wahl der Zufallsabweichung kann der Gitterknoten innerhalb des gesamten Pixels oder nur in bestimmten Bereichen des Pixels erlaubt werden. Die regelmäßigen Moiré-Muster werden durch dieses Verfahren in strukturloses Rauschen transformiert, das für den Betrachter optisch weniger störend erscheint.

Definition 3.4. Quadratisches Gitter mit Jittering

Für eine Basis $b = \{e_1, e_2\}$ mit $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ bildet

$$\Lambda_{q_j} = \{(a_1 + w_1)e_1 + (a_2 + w_2)e_2 \mid a_1, a_2 \in \mathbb{Z}, w_1, w_2 \in] - 0.5, 0.5[)\}$$

ein gejittertes quadratisches Gitter von Rang 2.

3.2.1.4 Hexagonales Gitter

Als Kompromiss zwischen dem sowohl in x- als auch in y-Richtung äquidistanten quadratischen Gitter ohne Jittering auf der einen und mit nicht-äquidistanten Gitter mit Jittering auf der anderen Seite, wurde ein regulär hexagonales Gitter untersucht. Die einzelnen Gitterknoten sind dabei in Form von gleichseitig gleichwinkligen Sechsecken der Seitenlänge s angeordnet. Dadurch weicht die Anzahl der abgetasteten Werte pro Projektion von der bei quadratischen Gittern benutzten Anzahl ab, da die hexagonalen Gitterknoten nicht mehr direkt auf die Zentren der physischen Detektorpixel abgebildet werden.

Definition 3.5. Hexagonales Gitter

Für eine Basis $b = \{h_1, h_2\}$ mit $h_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}s}{2} \\ 2s \end{pmatrix}, h_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{3}s \\ 0 \end{pmatrix}$ bildet

$$\Lambda_h = \{a_1 h_1 + a_2 h_2 \mid a_1, a_2 \in \mathbb{Z}\}$$

ein hexagonales Gitter von Rang 2.

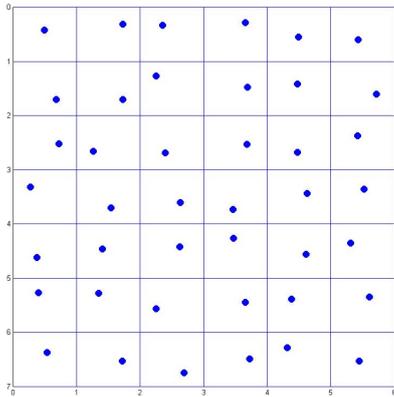


Abbildung 3.4: Quadratisches Gitter mit Jittering

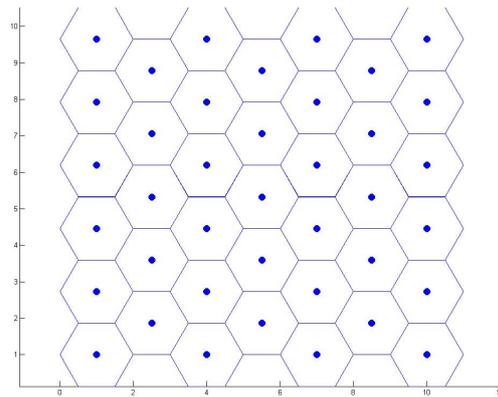


Abbildung 3.5: Hexagonales Gitter

3.2.1.5 Numerische Ergebnisse

Um die verschiedenen Ansätze zur Artefaktreduktion zu testen, wurde ein synthetischer Datensatz simuliert, damit reale Effekte wie messfehlerbedingtes Rauschen oder Strahlaufhärtung ignoriert werden können. Als Testphantom dient ein Würfel aus $4^3 - 1$ homogenen Subwürfeln gleicher Größe, die jeweils einen geringen Abstand zueinander aufweisen. Um die regelmäßige Struktur zu unterbrechen wurde ein Subwürfel entfernt, sowie ein punktförmiger Einschuß höherer Dichte eingefügt. Die Rekonstruktion erfolgt sowohl mit ART, als auch mit SART, sowie verschiedenen Kombinationen von Abtaststrategien und Jittering. Die berechneten Volumen haben eine Dimension von 512^3 Voxeln und wurden jeweils mit 3 Iterationen rekonstruiert. Die Auswertung erfolgt entlang des roten Linienprofils, um die Schärfe der einzelnen Konturen überprüfen zu können. Anhand des rechteckigen grünen Bereiches im homogenen Subwürfelinneren können statistisch gesicherte Aussagen über das Rauschverhalten getroffen werden. Die Rekonstruktionen sind zusätzlich wie in der Praxis üblich auf 16 bit *unsigned short* Werte normiert.

Datensatz 2. *Würfelphantom 512*

Objekt : Würfel aus $4 \times 4 \times 4 - 1$ homogenen Subwürfeln, Subwürfel (2,3) fehlt, Subwürfel (2,4) besitzt einen punktförmigen Einschuß höherer Dichte

Projektionsanzahl : 400

Projektionsdimension : 512×512 Pixel

Winkelbereich : 360°

Geometrie : Kegelstrahl CT

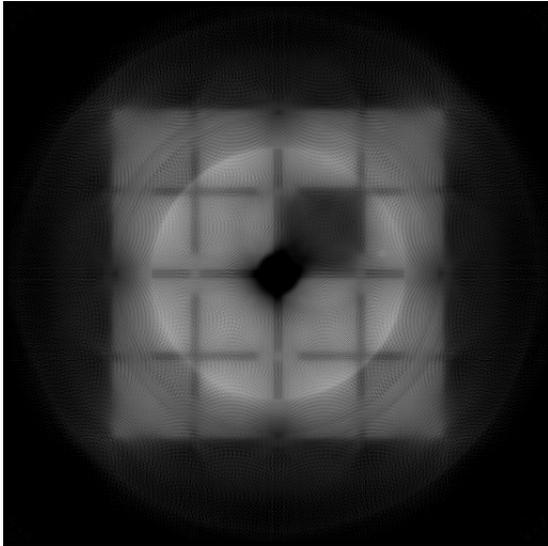


Abbildung 3.6: Würfelphantom, 3. Iteration, ART

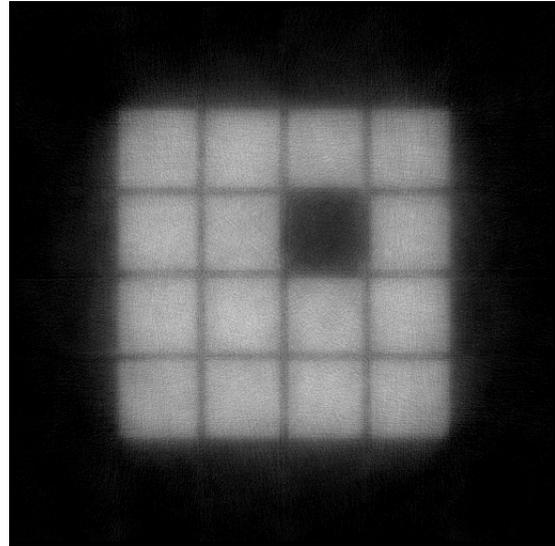


Abbildung 3.7: Würfelphantom, 3. Iteration, ART jittered

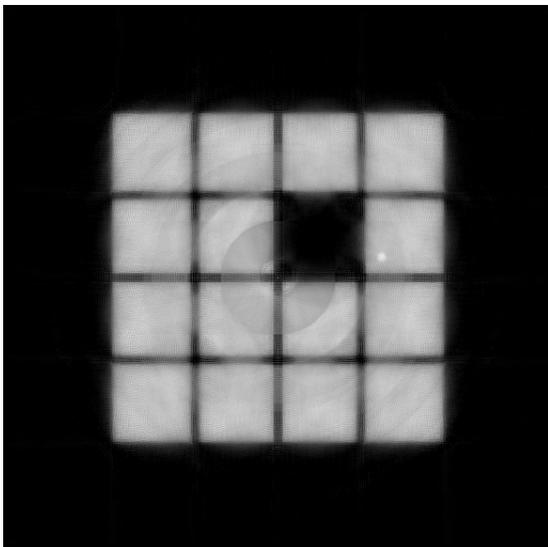


Abbildung 3.8: Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2

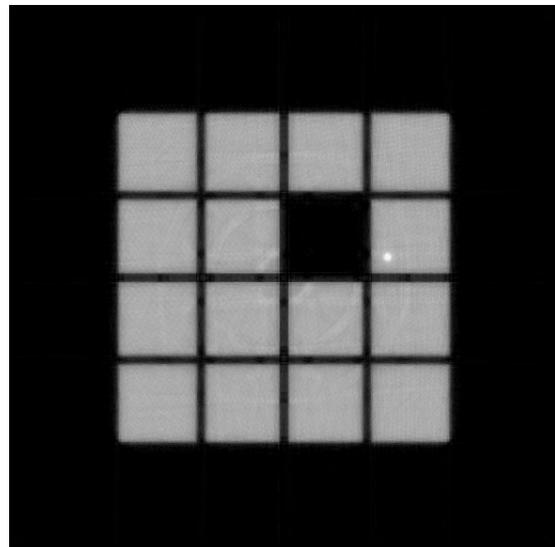


Abbildung 3.9: Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 3

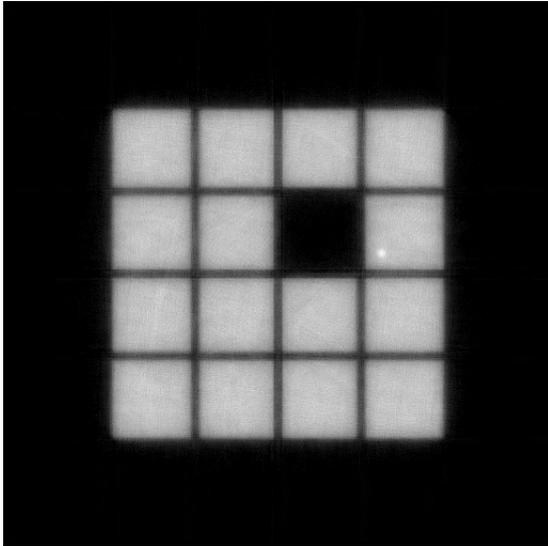


Abbildung 3.10: Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2 jittered

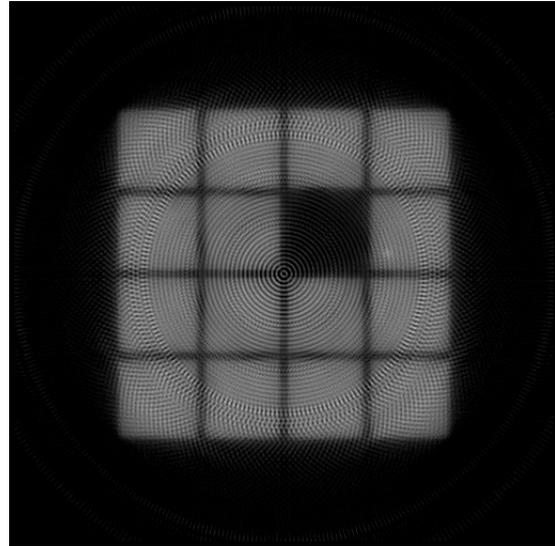


Abbildung 3.11: Würfelphantom, 3. Iteration, ART hexagonal

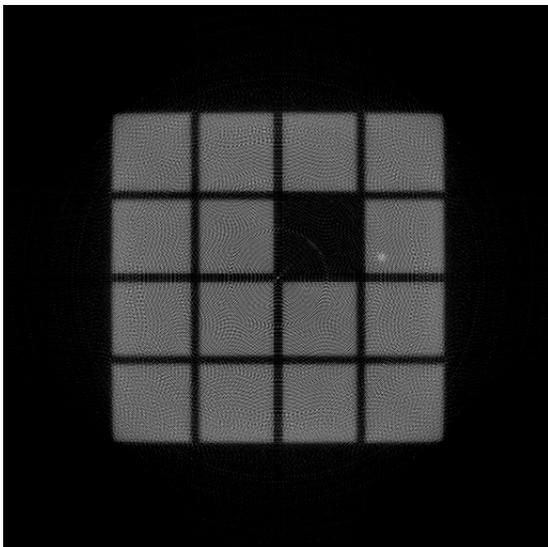


Abbildung 3.12: Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2 hexagonal

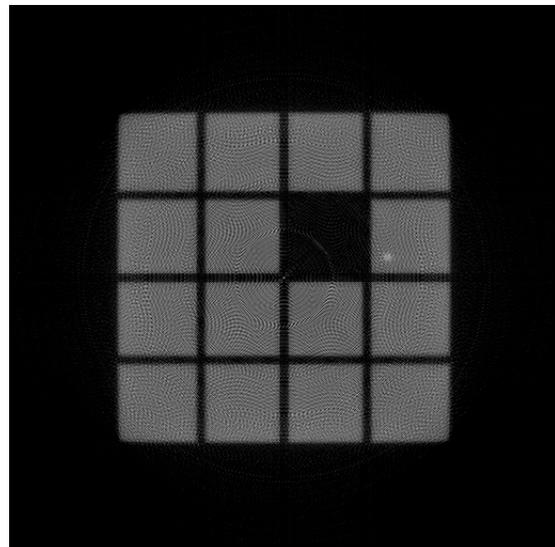


Abbildung 3.13: Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2 hexagonal jittered

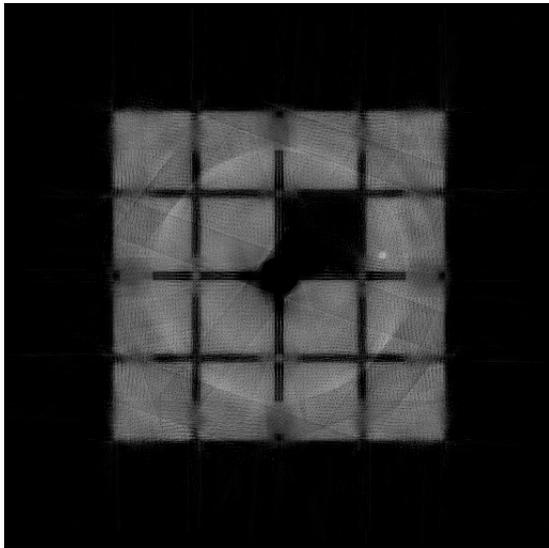


Abbildung 3.14: Würfelphantom, 3. Iteration, SART

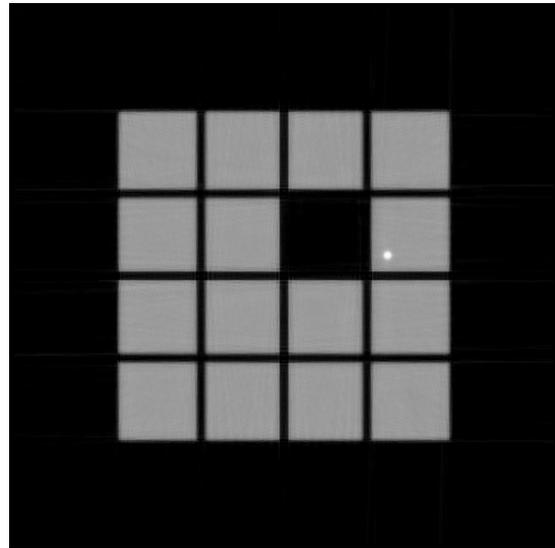


Abbildung 3.15: Würfelphantom, 3. Iteration, SART OS 2

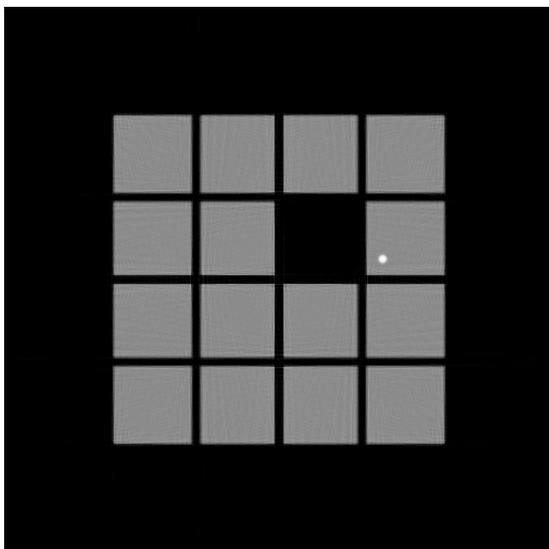


Abbildung 3.16: Würfelphantom, 3. Iteration, SART OS 3

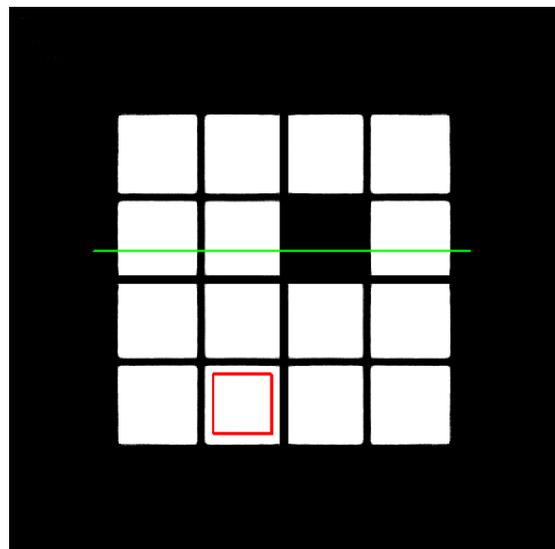


Abbildung 3.17: Würfelphantom, binarierte Darstellung, Auswertung entlang grünem Linienprofil und in rot umrandetem Bereich

Algorithmus	OS	G	J	Min	Max	μ	σ
ART	1	Q	-	0	38165	17240.06	11526.29
ART	1	Q	+	0	51084	25979.97	16076.01
ART	2	Q	-	0	60518	24926.75	22068.09
ART	2	Q	+	0	63341	25126.85	22840.42
ART	3	Q	-	0	64956	22338.26	21820.57
ART	1	H	-	14	44699	19557.7	11917.40
ART	1	H	-	0	41166	17396.7	12642.20
ART	2	H	+	0	41166	17396	12642
SART	1	Q	-	0	47011	14225.28	13857.35
SART	2	Q	-	0	65535	20364.16	20240.61
SART	3	Q	-	0	65535	18501	18780

Tabelle 3.1: Würfelphantom, Grauwertprofil entlang Linie, statistische Auswertung

Algo	OS	G	J	Min	Max	μ	σ	SNR
ART	1	Q	-	14167	44129	3080.4	6659.89	0.463
ART	1	Q	+	28179	53004	42718.5	3388.19	12.608
ART	2	Q	-	41129	56207	48649.8	2394.45	20.318
ART	2	Q	+	40623	57254	49524.6	2452.29	20.195
ART	3	Q	-	40391	49060	44190.3	1095.93	40.322
ART	1	H	-	10595	47461	29755.2	5268.53	5.648
ART	2	H	-	4685	46549	27012.4	5970.52	4.524
ART	2	H	+	532	49831	27050.3	6471.34	4.180
SART	1	Q	-	11218	33749	23634.8	3089.8	7.649
SART	2	Q	-	32273	39070	35897.5	1006.08	35.681
SART	3	Q	-	33418	38988	36156.8	820.23	44.081

Tabelle 3.2: Würfelphantom, Grauwertprofil innerhalb homogenem Bereich, statistische Auswertung

Auswertung

Betrachtet man eine Standard-ART-Rekonstruktion des Würfelphantoms (Abb. 3.6), so fallen direkt starke Moiré- und Ringartefakte ins Auge, die teilweise sogar die Leerräume zwischen den einzelnen Subwürfeln unkenntlich machen. Verwendet man statt der regelmäßigen Abtastung ein Jittering innerhalb des kompletten Pixels (Abb. 3.7), so zeigt sich zwar ein stark verrauschtes, aber in Grundzügen korrektes Würfelphantom bei signifikant besserem SNR von 12.6 anstatt 0.46. Für die Praxis ist die Qualität allerdings zu gering, da beispielsweise der Einschluß in Subwürfel (2,4) nicht erkennbar ist. Benutzt man statt einer einfachen Abtastung ein doppelt (Abb. 3.8) oder dreifaches (Abb. 3.9) Oversampling, werden die Moiré-Effekte mit zunehmender Überabtastung deutlich abgeschwächt, während einzelne Ringartefakte verbleiben, der Signal-Rausch-Abstand verbessert sich auf 20, ändert sich bei dreifachem Oversampling aber nicht weiter. Im Gegensatz zur einfach abgetasteten Rekonstruktion ist hier auch der punktförmige Einschluß rekonstruiert. Kombiniert man doppeltes Oversampling mit Jittering (Abb. 3.10), so verschwinden auch die Ringartefakte auf Kosten einer leichten Kontrastverringering. Die gute Qualität spiegelt sich auch im Signal-Rausch-Abstand von 40.3 wieder.

Ein Wechsel zu einem hexagonales Gitter (Abb. 3.11) zeigt ohne Oversampling zunächst extrem ausgeprägte Ringartefakte und leichte Konturverzerrungen an den äußersten Würfelcken. Erhöht man die Abtastung auf 4 Strahlen pro Pixel (Abb. 3.12), so werden die Konturen des Phantoms zwar relativ gut rekonstruiert, die Homogenität der Subwürfel wird allerdings komplett von strukturiertem Rauschen zerstört. Auch ein zusätzliches Jittering (Abb. 3.13) ändert an diesem Ergebnis wenig. Der Signal-Rausch-Abstand liegt bei allen Kombination zwischen 4.1 und 5.6 und damit auf einem sehr niedrigen Niveau verglichen mit den Ergebnissen bei quadratischen Gittern.

Verwendet man SART anstelle des ART-Verfahrens, so zeigt sich ohne Oversampling (Abb. 3.14) ein ähnliches Bild wie bei ART (Abb. 3.6). Allerdings sind die Artefakte etwas unregelmäßiger dafür aber der punktförmige Einschluß bereits erkennbar und der Signal-Rausch-Abstand mit 7.65 zu 0.46 signifikant günstiger. Bereits mit doppeltem Oversampling (Abb. 3.15) liefert SART bei quadratischer Abtastung sehr gute Ergebnisse. Die Homogenität der Subwürfel ist genau wie die Schärfe der Konturen für eine Auswertung absolut angemessen rekonstruiert worden. Erhöht man die Überabtastung auf 9 Strahlen pro Pixel (Abb. 3.16), so sind optisch fast keine Unterschiede zu der doppelten Überabtastung auszumachen, während der Rechenaufwand um einen Faktor $\frac{9}{4}$ steigt.

Zusammenfassung

Um die aufgetretenen Artefakte zu reduzieren, hat sich als sinnvollste Option das SART-Verfahren mit doppeltem Oversampling herausgestellt. Die Qualität der ART-Rekonstruktion erreicht auch bei dreifacher Überabtastung nicht die Schärfe und Artefaktfreiheit der SART-Rekonstruktion. Da außerdem das SART-Verfahren im Gegensatz zu ART sehr leicht zu parallelisieren ist, lässt sich dadurch die benötigte Rechenzeit deutlich reduzieren und eine parallelisierte Implementierung auf Multi-Core-CPU's oder Grafikkarten (GPU's) vorstellen.

3.2.2 Intrarekonstruktionale Volumenfilterung

Um eine Beschleunigung der Konvergenz zu erreichen, kann eine zusätzliche Regularisierung in Form einer Filterung des Rekonstruktionsvolumens während der Rekonstruktion in Betracht gezogen werden. Dazu wird ein geeigneter Volumenfilter nach einer bestimmten Anzahl von verarbeiteten Projektionen auf das Rekonstruktionsvolumen angewandt. Dadurch wird das Volumen zu einem gewissen Grad entauscht und oszillierende werden Voxel gedämpft. Zu starkes oder häufiges Filtern kann allerdings zum Verlust von hochfrequenten Anteilen, d.h. feinen Details führen. Je nach Objekt und Prüfaufgabe muss daher die Wahl der Filterparameter abgestimmt werden. Ist die Detektion feiner Defekte oder Risse gewünscht, so sollte nur behutsam gefiltert werden.

In Kombination mit dem Standard-SART-Verfahren ergibt die intrarekonstruktionale Volumenfilterung das gefilterte F -SART Verfahren :

Definition 3.6. F -SART (Filtered simultaneous algebraic reconstruction technique)

$$v_j^{(k+1)} = F_l^m v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{p_i \in P_\varphi} \left(\frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) w_{ij}}{\sum_{p_i \in P_\varphi} w_{ij}}$$

mit Filterung F alle l Projektionen

$$F_l^m = \begin{cases} I & , \text{wenn } \text{mod } k, l \neq 0 \\ F^m & , \text{wenn } \text{mod } k, l = 0 \end{cases}$$

Die Wahl des konkreten Filters F_l^m beeinflusst das Ergebnis des F -SART Verfahrens erheblich. Prinzipiell kann man bekannte Filter für 2D-Bilder als Grundlage von 3D-Volumenfiltern untersuchen. Aus dem Gebiet der mathematischen Bildverarbeitung stehen vielfältige Filter für spezielle Anforderungen zur Verfügung. Da es sich bei den in der Praxis gestellten Prüfaufgaben meist um die Detektion von relativ kleinen Defekten handelt, sollten potentielle Filter kantenerhaltend und entauschend wirken, ohne dabei jedoch zu sehr zu glätten. Näher untersucht werden daher der Medianfilter als Beispiel eines schnellen, einfachen und robusten Filters, sowie ein parametrisierbarer anisotroper Diffusionsfilter, der die Möglichkeit bietet, sich feiner an die Eigenschaften des zu untersuchenden Objektes anzupassen, dabei jedoch komplexer und anspruchsvoller in der Handhabung ist. Details und tiefere Theorie zu anisotropen Diffusionsfiltern finden sich in [52].

3.2.2.1 3D Median Filter

Der Medianfilter ist ein einfacher aber effektiver Filter zur Entauschung von Bildern, speziell bei Impulsrauschen (*salt-and-pepper-noise*). Diese Rauschart tritt besonders nach einer größeren Anzahl von Iterationen auf und lässt sich durch weiteres Iterieren nicht eliminieren.

Der m -mediangefilterte Wert eines Pixels p berechnet sich durch die Bestimmung des Medians aller Pixel in einer $(2m + 1) \times (2m + 1)$ Umgebung um p .

Definition 3.7. Median

Sei $A = \{a_1, \dots, a_n \mid a_i \in \mathbb{R}, a_i \leq a_{i+1}, i = 1, \dots, n - 1\}$.

Dann ist der Median von A : $med(A) = a_{\lceil \frac{n}{2} \rceil}$.

Damit lässt sich der 2D Median Filter definieren :

Definition 3.8. 2D Median Filter

$$M_m^2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad M_m^2(p_{xy}) : \text{med}\{p_{i+k,y+k} \mid k \in \{-m, m\}\}$$

Im Gegensatz zur Berechnung des arithmetischen Mittels ist er robust gegenüber stark abweichenden Einzelwerten. Die Erweiterung des Filters von 2D auf 3D lässt sich trivial durchführen. Anstatt eines Pixels wird ein Voxel betrachtet und die Umgebung auf $(2m + 1) \times (2m + 1) \times (2m + 1)$ ausgedehnt. Dies führt zu folgendem, auf Volumen anstatt Bildern, operierenden Filter :

Definition 3.9. 3D Median Filter

$$M_m^3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad M_m^3(v_{xyz}) : \text{med}\{v_{x+k,y+k,z+k} \mid k \in \{-m, m\}\}$$

3.2.2.2 Anisotrope Diffusionsfilter

Anisotrope Diffusionsfilter basieren auf der Anwendung des physikalischen Prozesses der Diffusion auf die Grauwerte der Pixel eines Bildes. Diffusion beschreibt den Prozess, der Konzentrationsunterschiede ausgleicht, ohne die Gesamtmasse zu verändern. Mathematisch formuliert führt dies zum ersten Fick'schen Gesetz

$$j = -D \cdot \nabla u$$

mit Konzentrationsgradient ∇u , Fluss j und Diffusionstensor D . D.h. ∇u induziert einen Fluss j , der den Gradienten kompensiert. Sind ∇u und j parallel, so spricht man von Isotropie, ansonsten von Anisotropie.

Die Bedingung, die Gesamtmasse nicht zu verändern führt zur zeitabhängigen Kontinuitätsgleichung :

$$\partial_t u = -\text{div}(j)$$

Kombiniert mit dem Fick'schen Gesetz erhält man die bekannte Diffusiongleichung :

$$\partial_t u = \text{div}(D \cdot \nabla u)$$

Die Rolle der Konzentration wird in der CL-Rekonstruktion vom Grauwert des vorliegenden Pixels bzw. Voxels übernommen.

Ist der Diffusionstensor D eine Funktion der Ableitung des Bildes selbst, so spricht man von nicht-linearer Diffusion. Zur Entrauschung von Bildern ist die Wahl eines geeigneten Diffusionstensors sehr wichtig. Eine ausführliche Behandlung dieses Themas lässt sich in [52] nachlesen. Das Rauschen in homogenen Bereichen soll geglättet, gleichzeitig aber vorhandene Kanten beibehalten werden. Daher sollte die gesuchte Funktion Diffusion entlang kleiner Gradienten verstärken und im Bereich hoher Gradienten, welche auf Kanten hindeuten, reduzieren. Diese Voraussetzung führt zu EED Filtern (*edge-enhancing anisotropic diffusion*). Deren allgemeine Form in \mathbb{R}^3 lautet :

$$D = \lambda_1 v_1 v_1^T + \lambda_2 v_2 v_2^T + \lambda_3 v_3 v_3^T$$

mit dazugehörigen Eigenvektoren v_1, v_2, v_3 , sowie $\lambda_i \in \mathbb{R}, \lambda_1 = g(|\nabla u_\sigma|^2), \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ Eigenwerte zu v_1, v_2, v_3 . Dabei gilt $\lambda_1 \parallel \nabla u_\sigma, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$. λ_1 bestimmt somit die Diffusion über Kanten hinweg. u_σ ist eine durch Gauß Filterung mit Varianz σ geglättete Version des Ausgangsvolumens u .

Eine detaillierte Beschreibung des Diffusionstensors für diesen Fall findet sich in [56]. Die Entwicklung und Implementierung erfolgte in Zusammenarbeit mit Herrn Zhang vom Lehrstuhl Prof. Weickert der Universität des Saarlandes.

3.2.2.3 Numerische Ergebnisse

Die Wirksamkeit der intrarekonstruktionaler Volumenfilterung wurde an zwei Anwendungsfällen untersucht : der Reduktion von Aliasing-Artefakten und Impulsrauschen und der Qualitätssteigerung bei der Benutzung von wenigen Projektionen.

Für die Filterung wurde der 3D-Medianfilter M_1^3 (Def. 3.9), sowie der anisotrope Diffusionsfilter (Def. 3.2.2.2) mit Zeitparametern $T = 1, 3$ verwendet. Als Vergleich dient eine ungefilterte SART-Rekonstruktion. Gefiltert wurde jeweils nach 51 Projektionen, sodass zwischen letzter Filterung und endgültiger Rekonstruktion bei einer Iteration 47 und bei fünf Iterationen 31 Projektionen liegen. Dadurch wird sichergestellt, dass nicht unmittelbar nach einem Filterschritt die letzte Iteration beendet wird.

Zur Veranschaulichung auftretender Aliasing-Artefakte wurde das bereits bekannte Würfelphantom aus $4 \times 4 \times 4 - 1$ homogenen Würfeln verwendet, das einen kugelförmigen Einschluss höherer Dichte enthält. Der Datensatz aus 200 Projektionen der Größe 256×256 wurde in ein Volumen aus 256^3 Voxeln rekonstruiert.

Das Verfahren wurde zusätzlich an realen Daten getestet. Hierzu wurde ein Kunststoffrad aus der Rückhaltevorrückung eines Anschlaggurtes tomographiert. Aus der Messung von 400 Projektionen wurde jede zehnte Projektion zur Rekonstruktion benutzt. Das berechnete Volumen hat eine Dimension von $512 \times 512 \times 256$ Voxeln. Zum Vergleich wurde eine Referenzrekonstruktion mit dem Standard-Feldkamp-Verfahren durchgeführt, sowie das ungefilterte Volumen der SART-Rekonstruktion nachträglich mediangefiltert, um den Unterschied zwischen intra- und postrekonstruktionaler Filterung aufzuzeigen.

3.2.2.3.1 Würfelphantom

Datensatz 3. *Würfelphantom 256*

Objekt : Würfel aus $4 \times 4 \times 4 - 1$ homogenen Subwürfeln, Subwürfel (2,3) fehlt, Subwürfel (2,4) besitzt einen punktförmigen Einschluss höherer Dichte

Projektionsanzahl : 200

Projektionsdimension : 256×256 Pixel

Winkelbereich : 360°

Geometrie : Kegelstrahl CT

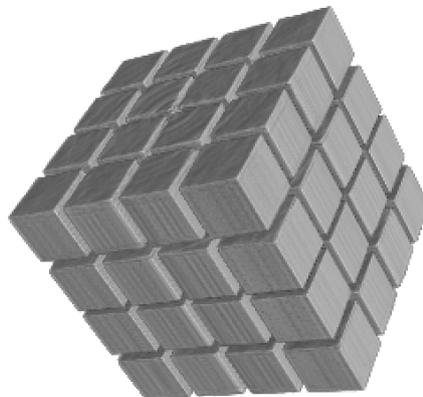


Abbildung 3.18: 3D-Darstellung Würfelphantom (rotiert)

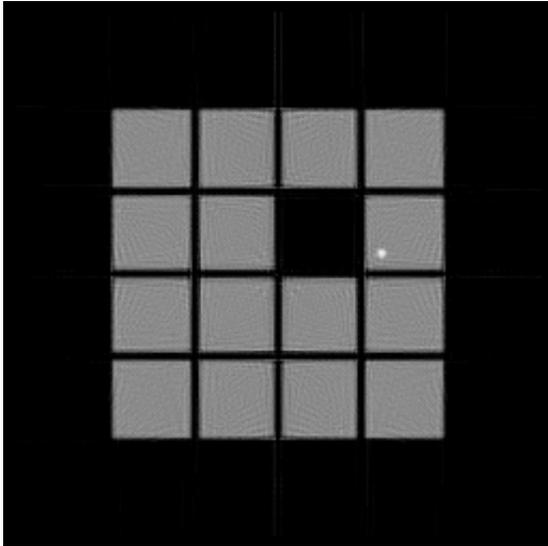


Abbildung 3.19: Würfelphantom, 1. Iteration, ohne Filterung

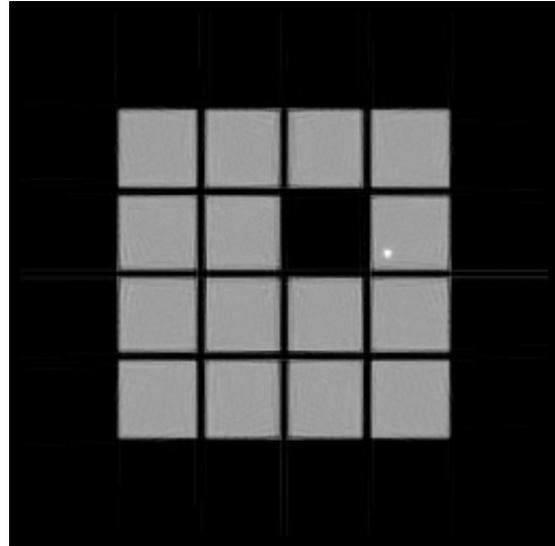


Abbildung 3.20: Würfelphantom, 1. Iteration, Median Filterung

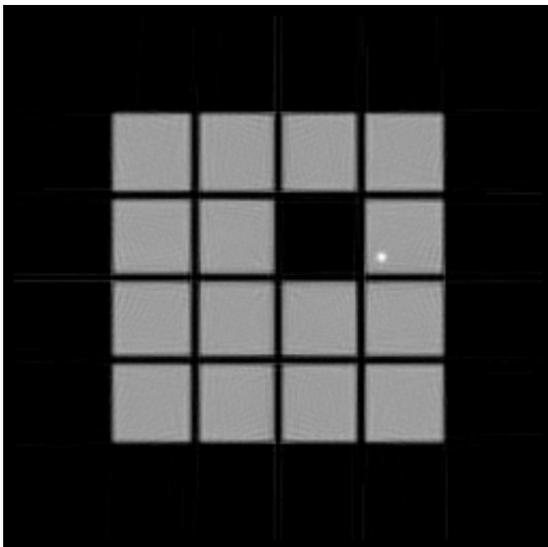


Abbildung 3.21: Würfelphantom, 1. Iteration, AD Filter, $T=1$

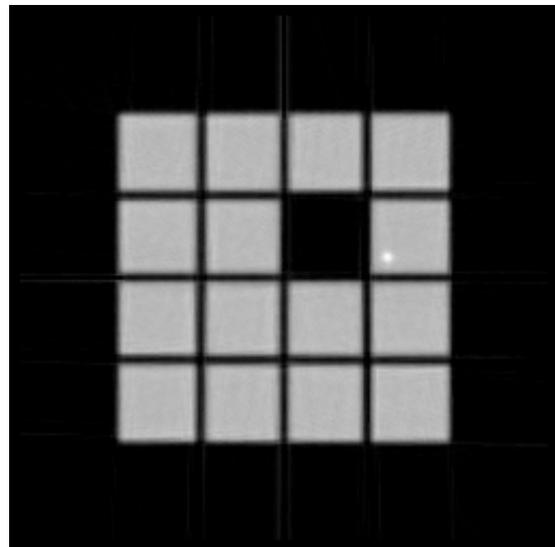


Abbildung 3.22: Würfelphantom, 1. Iteration, AD Filter, $T=3$

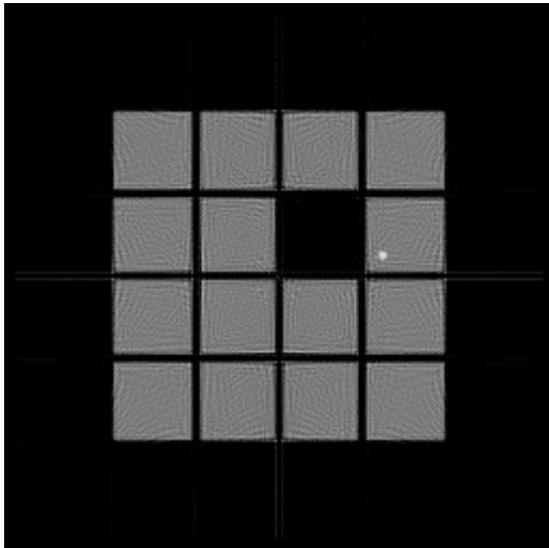


Abbildung 3.23: Würfelphantom, 5. Iteration, ohne Filterung

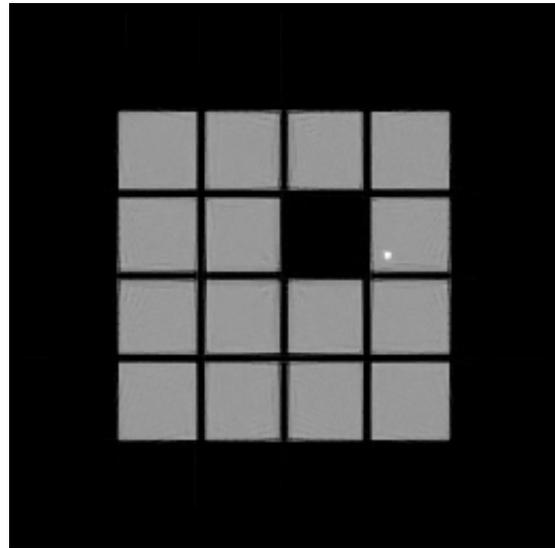


Abbildung 3.24: Würfelphantom, 5. Iteration, Median Filterung

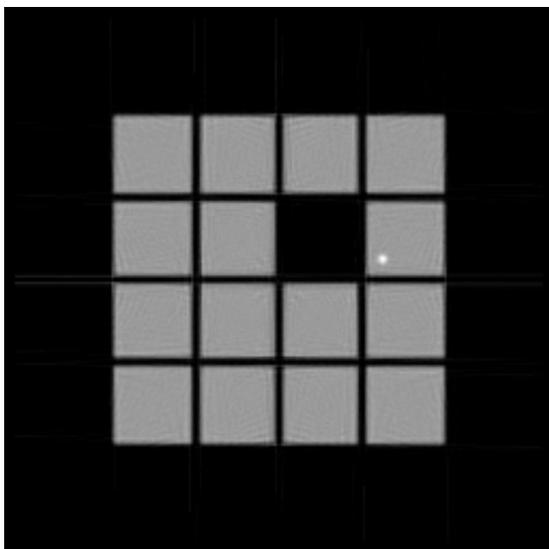


Abbildung 3.25: Würfelphantom, 5. Iteration, AD Filter, T=1

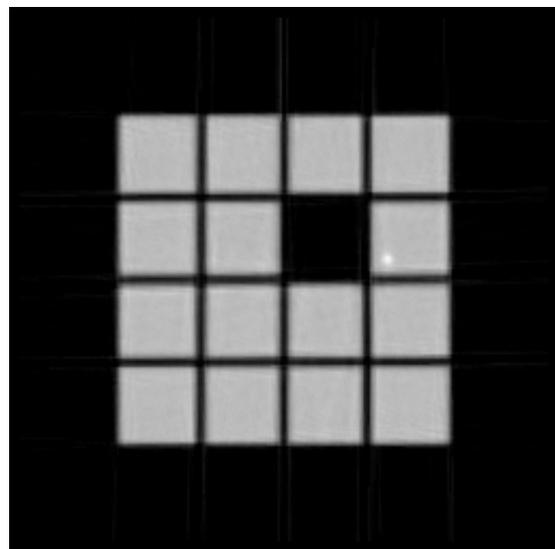


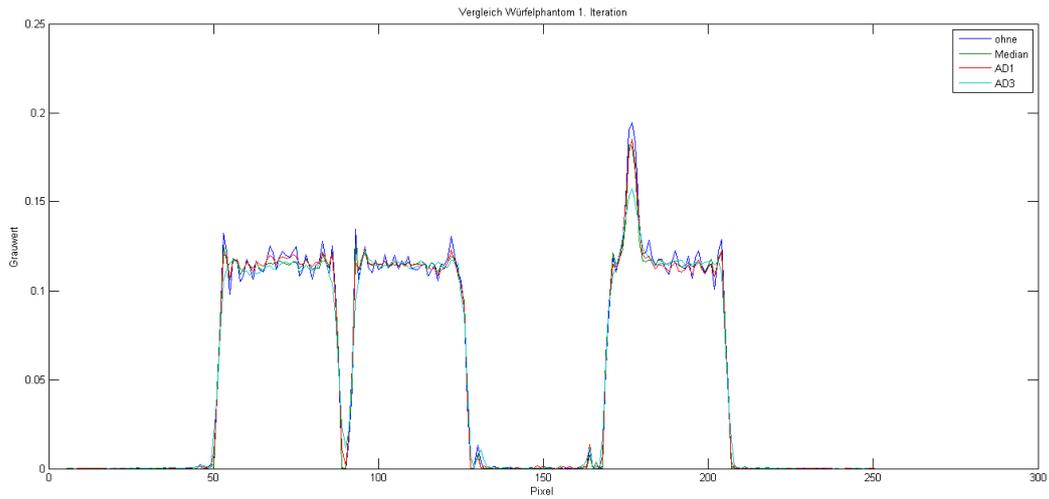
Abbildung 3.26: Würfelphantom, 5. Iteration, AD Filter, T=3

Filter	Iteration	Min	Max	μ	σ
ohne	1	0	0,194424	0,0499634	0,058085
Median	1	0	0,182037	0,0495011	0,0572346
AD1	1	0	0,184963	0,0496579	0,0572174
AD3	1	0	0,157175	0,0491917	0,0558275
ohne	5	0	0,199695	0,0497505	0,0583216
Median	5	0	0,189132	0,0495427	0,0572174
AD1	5	0	0,188926	0,0497089	0,0574351
AD3	5	0	0,152647	0,0497132	0,0558895
ohne	10	0	0,200714	0,050035	0,0586112
Median	10	0	0,191757	0,0495947	0,0574193
AD1	10	0	0,186668	0,0496508	0,0571567
AD3	10	0	0,14723	0,0500507	0,0551681

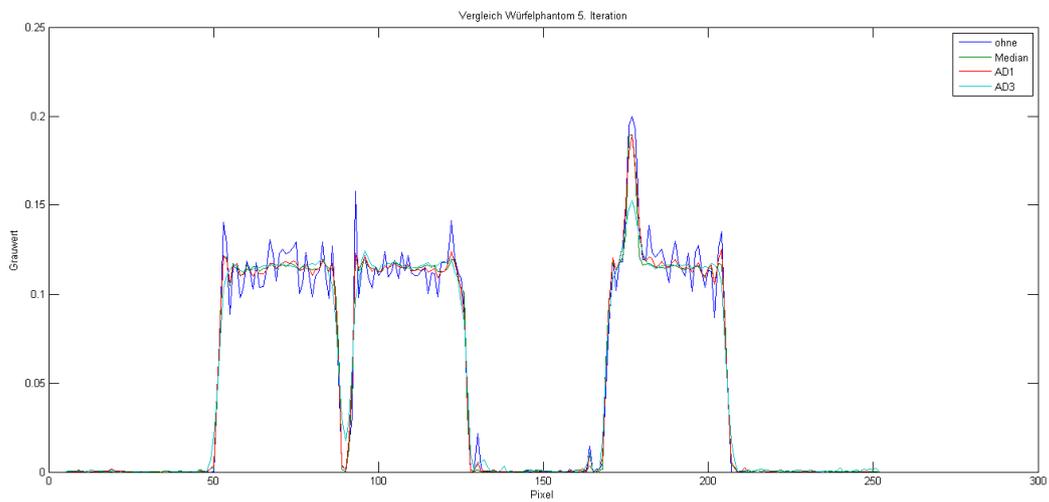
Tabelle 3.3: Würfelphantom, Linienprofil, statistische Auswertung

Filter	I	Min	Max	μ	σ	SNR
ohne	1	0,0926383	0,134335	0,114422	0,00579757	19.736
Median	1	0,0954967	0,125809	0,114608	0,00360928	31.754
AD1	1	0,0907159	0,125746	0,114279	0,00416691	27.425
AD3	1	0,0826626	0,122059	0,113325	0,00544418	20.816
ohne	5	0,0880024	0,149535	0,11415	0,00988384	11.549
Median	5	0,0979771	0,121987	0,114522	0,00251152	45.599
AD1	5	0,0925045	0,127883	0,114756	0,00381676	30.066
AD3	5	0,0826534	0,123241	0,113081	0,00589552	19.181
ohne	10	0,0826491	0,155843	0,11509	0,0116068	9.916
Median	10	0,0972847	0,123584	0,11458	0,00267127	42.893
AD1	10	0,0954143	0,125682	0,114706	0,00363046	31.595
AD3	10	0,0775221	0,121306	0,112885	0,00689314	16.376

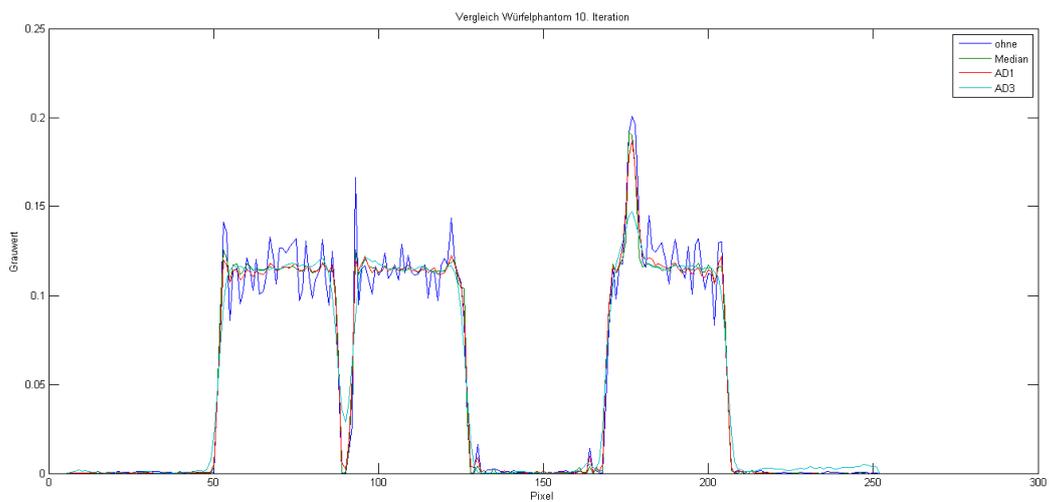
Tabelle 3.4: Würfelphantom, homogener Innenbereich, statistische Auswertung



(a) Vergleich Würfelphantom, 1. Iteration



(b) Vergleich Würfelphantom, 5. Iteration



(c) Vergleich Würfelphantom, 10. Iteration

Abbildung 3.27: Würfelphantom, volle Daten, Grauwertverlauf

Auswertung

Nach einer Iteration zeigen sich im ungefilterten Volumen (Abb. 3.19) innerhalb der Subwürfel diverse strukturierte Artefakte, welche durch eine Medianfilterung (Abb. 3.20) sichtbar reduziert werden. Der Signal-Rausch-Abstand der Grauwerte innerhalb des homogenen Bereiches ist entsprechend ungefiltert mit 19.7 ungefähr 50% schlechter als Median-gefiltert mit 31.7. Eine anisotropische Diffusionfilterung mit $T = 1$ (Abb. 3.22) zeigt eine leichtere Artefaktunterdrückung als die Medianfilterung, jedoch deutlich besser als im ungefilterten Fall. Ein Zeitparameter $T = 3$ (Abb. 3.22) führt hingegen zwar zu einer optisch fast homogenen artefaktfreien Fläche innerhalb der Subwürfel, verschmiert allerdings die Kanten sichtbar, daher ist der Signal-Rausch-Abstand bei kleinerem Zeitparameter $T=1$ günstiger, als bei $T=3$.

Nach fünf Iterationen zeigen sich sehr starke Artefakte innerhalb der ungefilterten SART-Rekonstruktion (Abb. 3.23), was sich auch durch den fast halbierten SNR von 11.5 äußert. Verglichen mit dem Ergebnis nach einer Iteration sind die Artefakte innerhalb der Subwürfel nach fünf Iterationen mit zusätzlicher Medianfilterung (v3.20) nochmals reduziert, der bereits gute Signal-Rausch-Abstand verbessert sich weiter von 31.7 auf 46.0. Die beiden diffusionsgefilterten Rekonstruktionen (Abb. 3.25) und (Abb. 3.26) weisen optisch kaum eine Veränderung zueinander auf. Auch hinsichtlich des Signal-Rausch-Abstandes sind nur spärliche Änderungen zu verzeichnen. Wiederum fällt der leicht unscharfe Charakter der stark diffusionsgefilterten Rekonstruktion mit $T = 3$ ins Auge.

Die Ergebnisse für zehn Iterationen sind aus Platzgründen nur durch ihre statistischen Werte vertreten. Der optische Eindruck folgt den Tendenzen, die sich aus einer und fünf Iterationen erkennen lassen. Auch hier verschlechtert sich die ungefilterte Rekonstruktion verdeutlicht durch einen Abfall des SNR von 11.5 auf 9.9, während die Median-gefilterte Variante nur geringfügig von 45.6 auf 42.9 sinkt. Bei den diffusionsgefilterten Rekonstruktionen verbessert sich der Signal-Rausch-Abstand bei $T = 1$ leicht von 30.6 auf 31.6, während er bei $T = 3$ von 19.8 auf 16.4 sinkt.

Insgesamt zeigt eine einfache Medianfilterung während der Rekonstruktion die besten Ergebnisse, wenn man sowohl Bildqualität und SNR, als auch Rechenaufwand und Parameterwahl betrachtet. Die anisotrope Diffusionfilterung liefert je nach Wahl des T -Parameters teilweise zu stark verschwommene Ergebnisse. Hierin liegt auch das Problem dieses Verfahrens in der Praxis - die optimale Wahl der Filterparameter gestaltet sich für die Diffusionsfilterung als sehr stark objektabhängig, wohingegen die Medianfilterung mit einer Standardmaske bereits gute Ergebnisse erzielt. Mit Hinblick auf den größeren Rechenaufwand, den die komplexe Diffusionsfilterung erfordert, ist auch in diesem Punkt die Medianfilterung die sinnvollere Wahl.

3.2.2.3.2 Kunststoffrad

Die Auswirkung intrarekonstruktorischer Volumenfilterung auf Rekonstruktionen mit wenigen Winkeln wurde an einer realen Messung eines Ansnallgurtgehäuseteiles aus Kunststoffspritzguß untersucht. Zum Vergleich wurden sowohl die kompletten 400 Projektionen der Messung benutzt, als auch ein reduzierter Datensatz mit nur 40 Projektionen. Das rekonstruierte Volumen hat eine Größe von 512 x 512 x 256 Voxeln.

Datensatz 4. *Kunststoffrad*

Objekt : Zahnrad aus Kunststoff, Komponente aus dem Automobilbau

Projektionsanzahl : 400

Projektionsdimension : 2034 x 542 Pixel

Winkelbereich : 360°

Geometrie : Kegelstrahl CT



Abbildung 3.28: Kunststoffrad

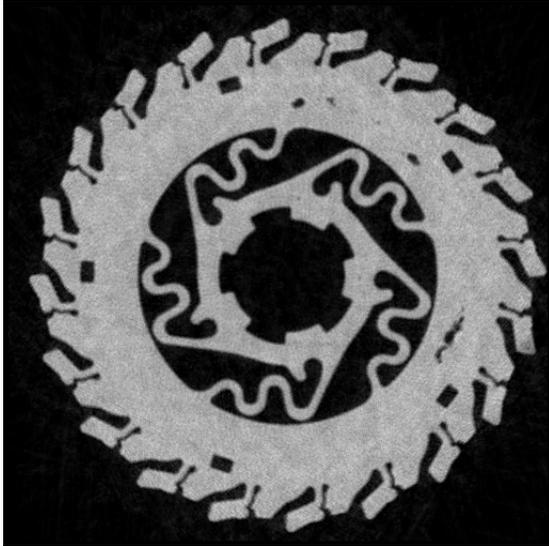


Abbildung 3.29: Kunststoffbauteil, 1. Iteration, ohne Filterung

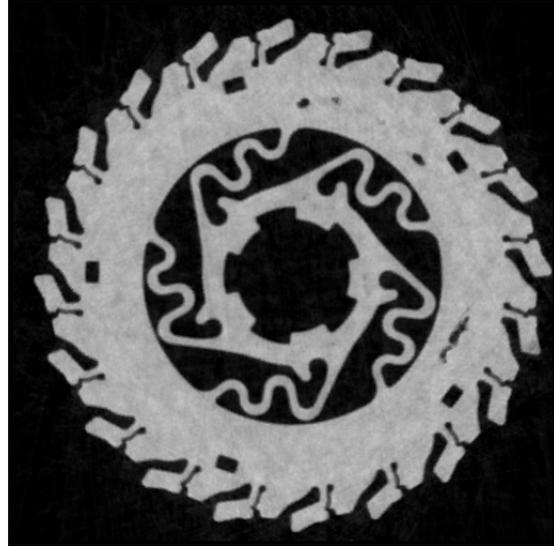


Abbildung 3.30: Kunststoffbauteil, 1. Iteration, Median Filterung

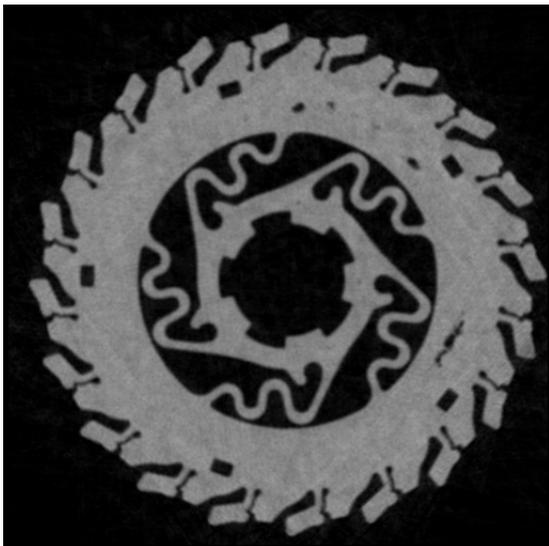


Abbildung 3.31: Kunststoffbauteil, 1. Iteration, AD Filter, $T=1$

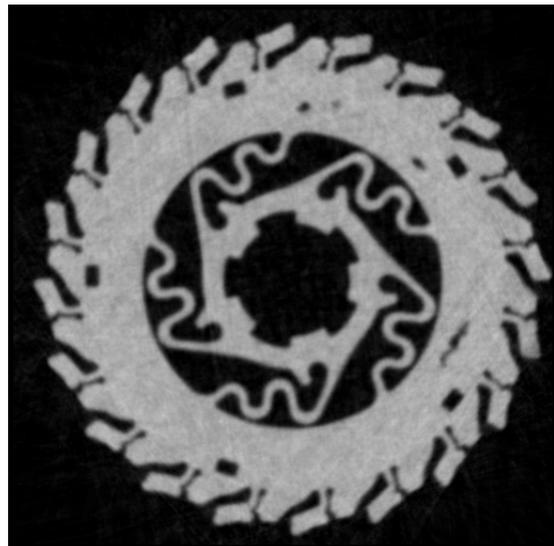


Abbildung 3.32: Kunststoffbauteil, 1. Iteration, AD Filter, $T=3$

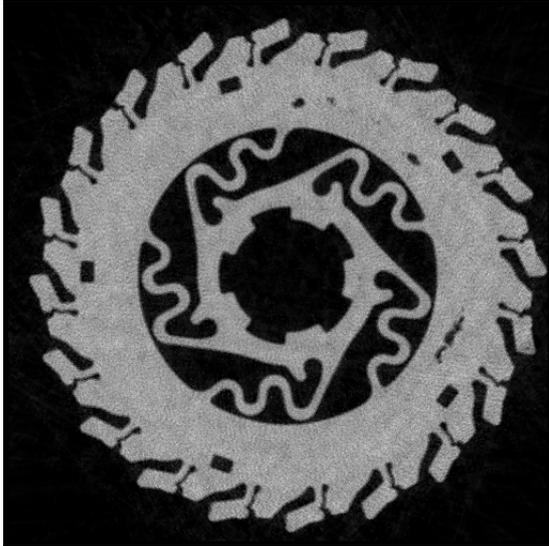


Abbildung 3.33: Kunststoffbauteil, 5. Iteration, ohne Filterung

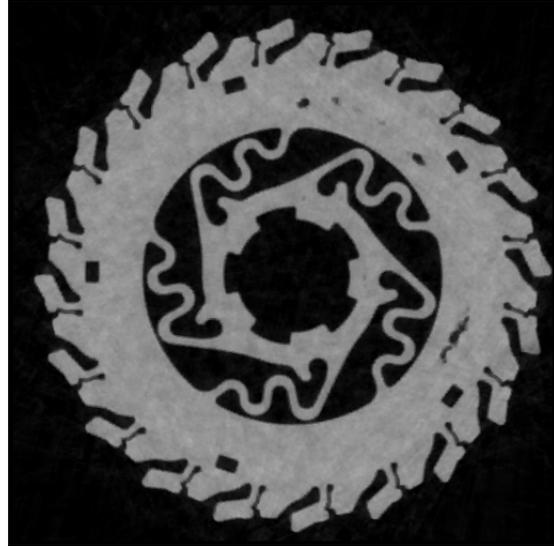


Abbildung 3.34: Kunststoffbauteil, 5. Iteration, Median Filterung

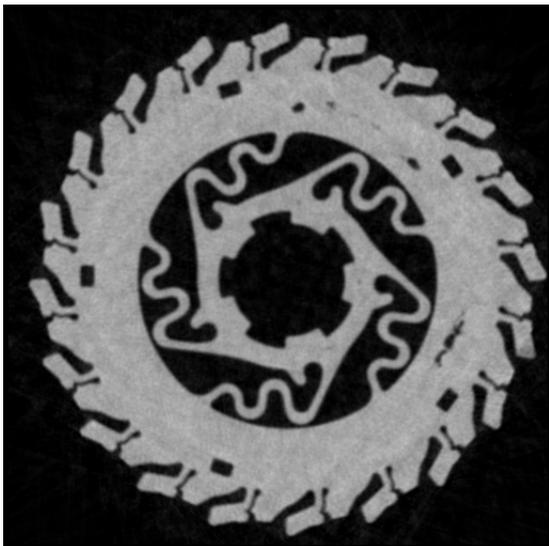


Abbildung 3.35: Kunststoffbauteil, 5. Iteration, AD Filter, T=1



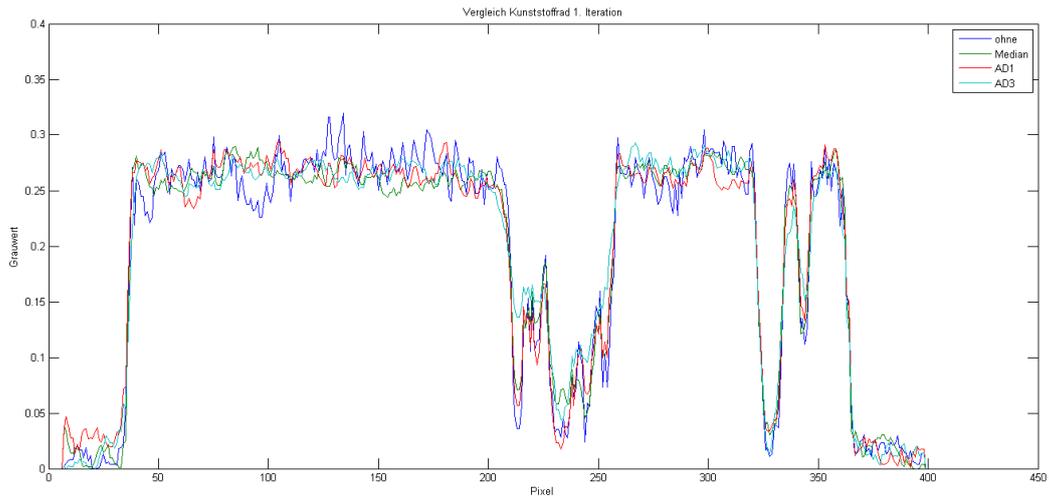
Abbildung 3.36: Kunststoffbauteil, 5. Iteration, AD Filter, T=3

Iteration	Filter	Min	Max	μ	σ
1	ohne	0	0,338126	0,122234	0,119298
1	Median	0	0,308168	0,122448	0,11894
1	AD 1	0	0,306528	0,122346	0,118595
1	AD 3	0	0,306135	0,122560	0,116414
5	ohne	0	0,369539	0,122510	0,120267
5	Median	0	0,307550	0,122340	0,118968
5	AD 1	0	0,312477	0,122388	0,118242
5	AD 3	0	0,297924	0,122360	0,115547
10	ohne	0	0,397427	0,122126	0,120535
10	Median	0	0,310993	0,122517	0,119174
10	AD 1	0	0,309118	0,122213	0,118362
10	AD 3	0	0,302189	0,122031	0,116036

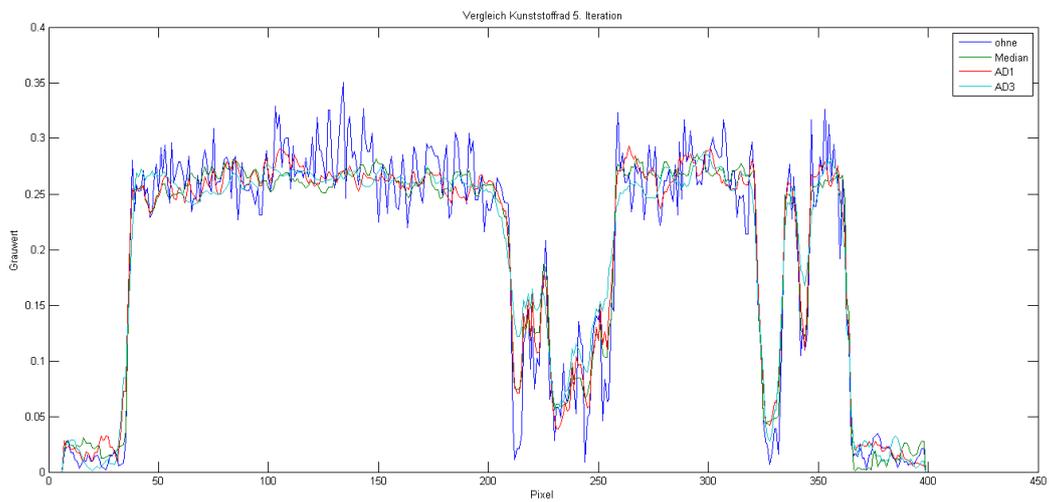
Tabelle 3.5: Kunststoffrad, Linienprofil, statistische Auswertung

Iteration	Filter	Min	Max	μ	σ	SNR
FDK	ohne	0,153427	0,0364668	0,258969	0,0301642	8.585
1	ohne	0,208167	0,319333	0,270226	0,0172914	15.627
1	Median	0,234349	0,294389	0,266079	0,0105266	25.276
1	AD 1	0,205429	0,320625	0,271675	0,0173808	15.630
1	AD 3	0,231866	0,29708	0,270024	0,00932564	28.955
5	ohne	0,19998	0,350347	0,271021	0,0250804	10.806
5	Median	0,240641	0,298097	0,264901	0,0091535	28.939
5	AD 1	0,241622	0,292927	0,269221	0,00898303	29.969
5	AD 3	0,234951	0,291164	0,265595	0,00924515	28.728
10	ohne	0,179819	0,354562	0,266886	0,0284945	9.366
10	Median	0,234829	0,286083	0,263167	0,00915057	28.759
10	AD 1	0,233277	0,292994	0,262862	0,00896669	29.315
10	AD 3	0,243599	0,291203	0,266663	0,00860555	30.987

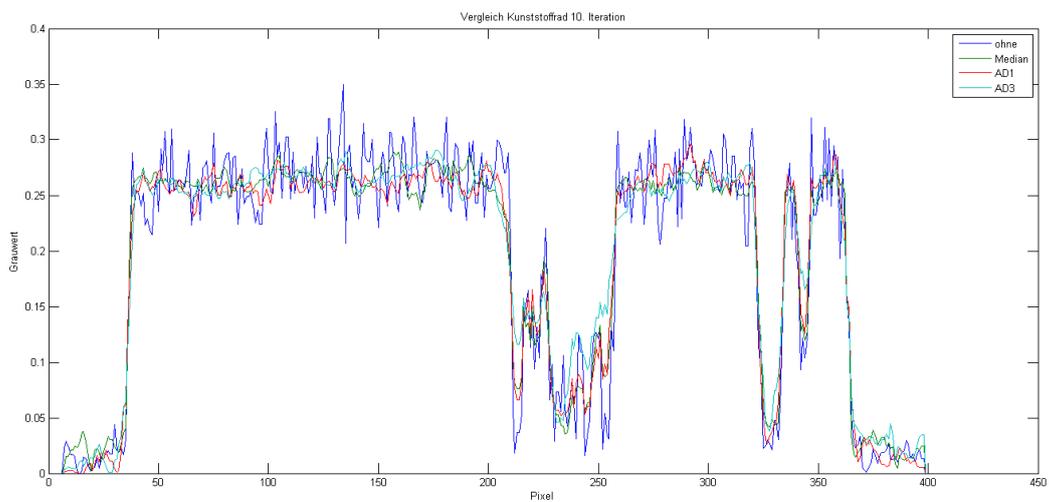
Tabelle 3.6: Kunststoffrad, homogener Innenbereich, statistische Auswertung



(a) Vergleich Kunststoffbauteil, 1. Iteration



(b) Vergleich Kunststoffbauteil, 5. Iteration



(c) Vergleich Kunststoffbauteil 10. Iteration

Abbildung 3.37: Kunststoffbauteil, volle Daten, Grauwertverlauf

Auswertung

Im Gegensatz zu dem bereits untersuchten Würfelphantom fällt der Unterschied zwischen ungefilterter (Abb. 3.29) und Median-gedilterter (Abb. 3.30) Rekonstruktion nach einer Iteration nicht ganz so drastisch aus. Dies liegt zum einen an den realen und nicht analytisch berechneten Projektionsdaten und zum anderen an der Gestalt des Kunststoffbauteils, welches kaum scharfe Kanten, sondern eher runde Formen ausweist. Bei genauerer Untersuchung zeigt sich ohne Filterung ein Impulsrauschen in Form vieler einzelner dunkler Punkte, welche durch die Medianfilterung wirksam unterdrückt werden. Eine anisotropische Filterung mit $T = 1$ (Abb. 3.31) führt zu einer gewissen Reduktion des Rauschens, ohne jedoch die Qualität der Medianfilterung zu erreichen. Die Parameterwahl $T = 3$ (Abb. 3.32) hingegen resultiert in einer leicht verschwommenen Rekonstruktion wie bereits vorher schon erwiesen. Der Signal-Rausch-Abstand von Median- und Diffusionsfilterung mit $T = 3$ bewegt sich mit 25.3 bzw. 29.0 auf ähnlichen Niveau, wohingegen bei ungefilterter Rekonstruktion der SNR mit 15.6 dem der Diffusionsfilterung mit $T = 1$ mit 15.6 entspricht.

Erhöht man die Anzahl der Iterationen auf fünf, so ergibt sich abermals eine Verstärkung der Artefakte bei ungefilterter Rekonstruktion (Abb. 3.33), wohingegen die Homogenität des Materials bei Medianfilterung (Abb. 3.34) optisch auf gleichem Niveau verharrt. Ein Blick auf den Signal-Rausch-Abstand im homogenen Bereich zeigt ungefiltert einen niedrigen Wert von 10.8. Verwendet man einen anisotropischen Diffusionsfilter mit $T = 1$ (Abb. 3.35) während der Rekonstruktion, so ist das Ergebnis optisch mit der Medianfilterung vergleichbar. Auch die Signal-Rausch-Abstände von Median- und Diffusionsfilterung sind mit 28.7 - 29.9 auf demselben Niveau. Ein erhöhter Zeitparameter (Abb. 3.36) führt wiederum zu einer recht homogenen, aber auch unscharfen Rekonstruktion.

Bei zehn Iterationen (ohne Bilder) zeigt sich ein ähnliches Ergebnis. Die Signal-Rausch-Abstände stagnieren auf dem Niveau der Rekonstruktionen mit fünf Iterationen.

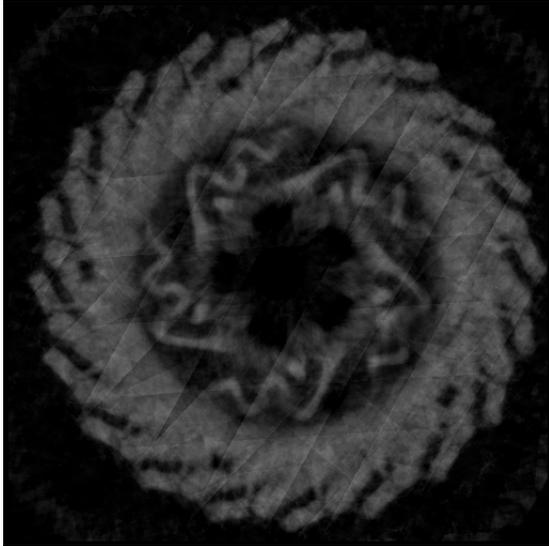


Abbildung 3.38: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, ohne Filterung

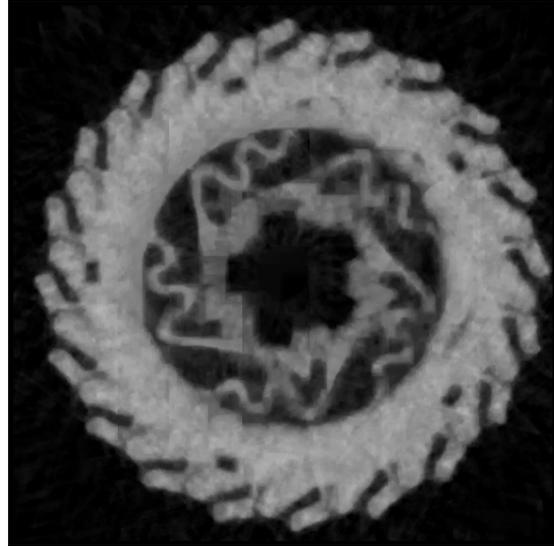


Abbildung 3.39: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, Median Filterung

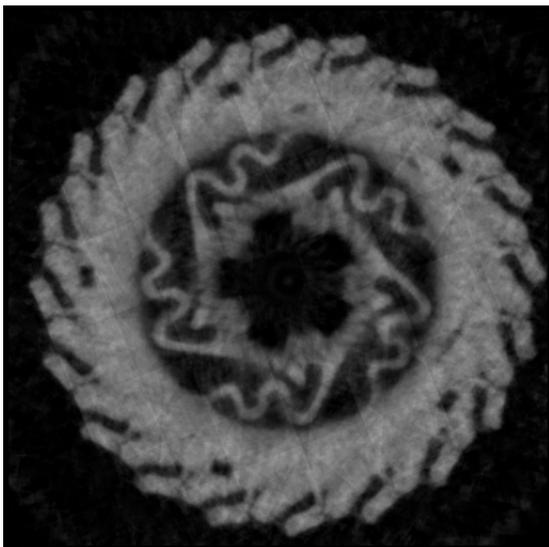


Abbildung 3.40: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, AD Filter, $T=1$

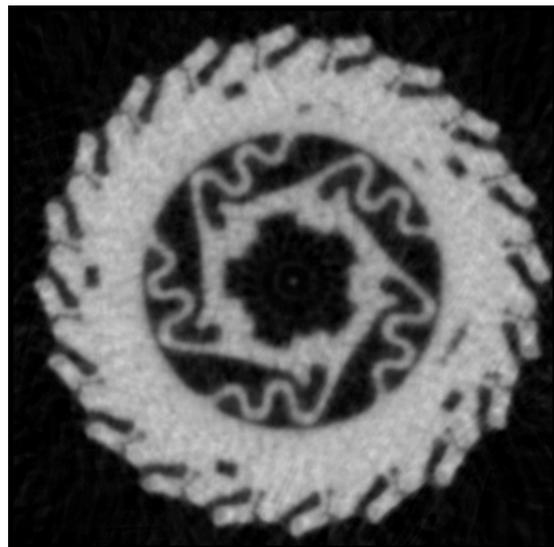


Abbildung 3.41: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, AD Filter, $T=3$

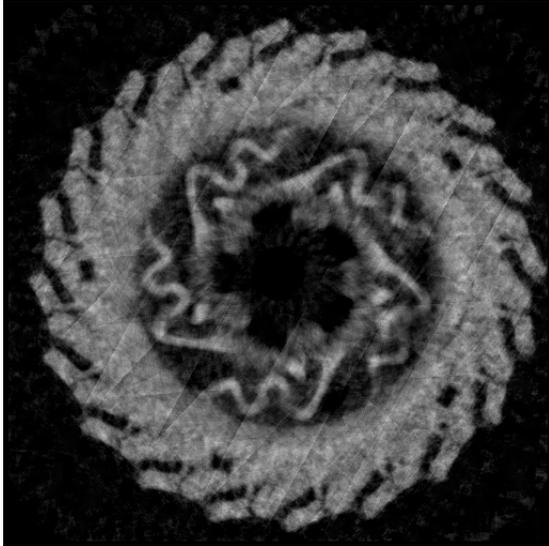


Abbildung 3.42: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, ohne Filterung

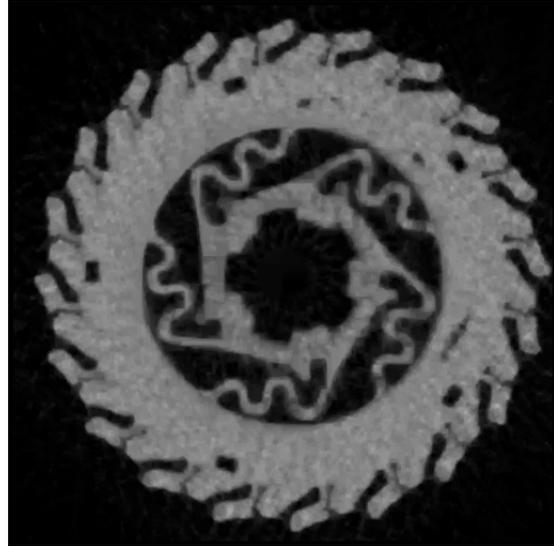


Abbildung 3.43: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, Median Filterung

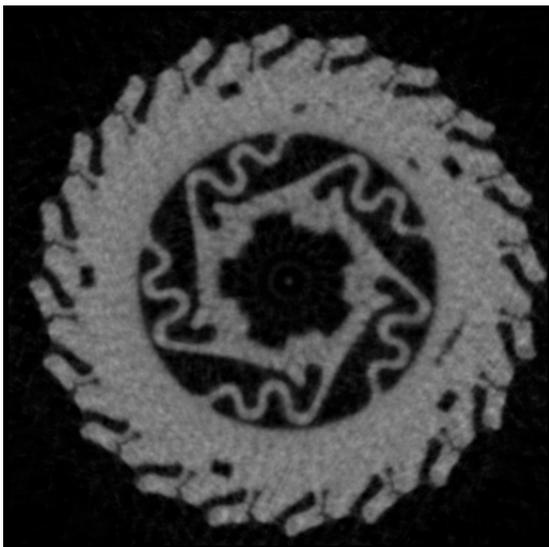


Abbildung 3.44: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, AD Filter, $T=1$



Abbildung 3.45: Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, AD Filter, $T=3$

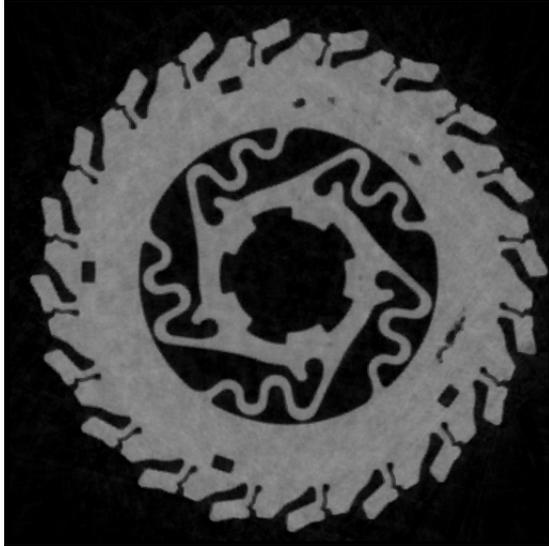


Abbildung 3.46: Kunststoffbauteil, Feldkamp Rekonstruktion

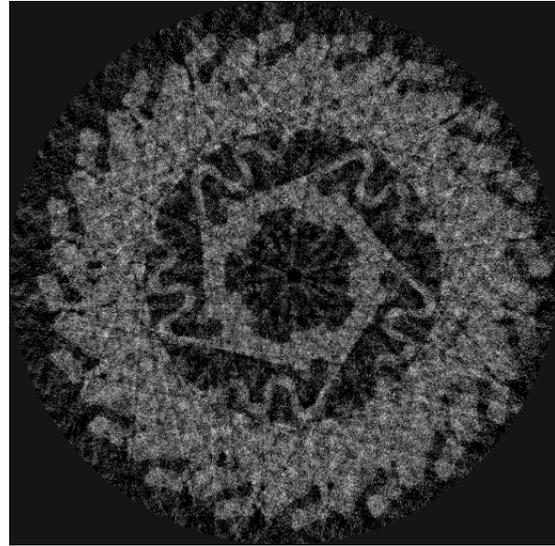


Abbildung 3.47: Kunststoffbauteil, wenige Daten, Feldkamp Rekonstruktion

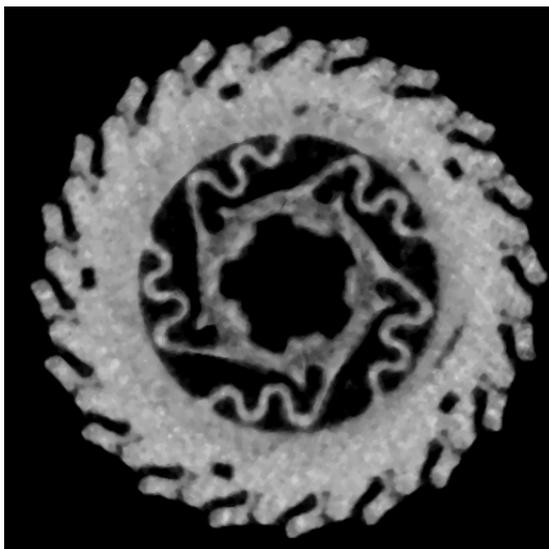


Abbildung 3.48: Kunststoffbauteil, 10. Iteration, ohne Filterung, zusätzliche Medianfilterung NACH Rekonstruktion

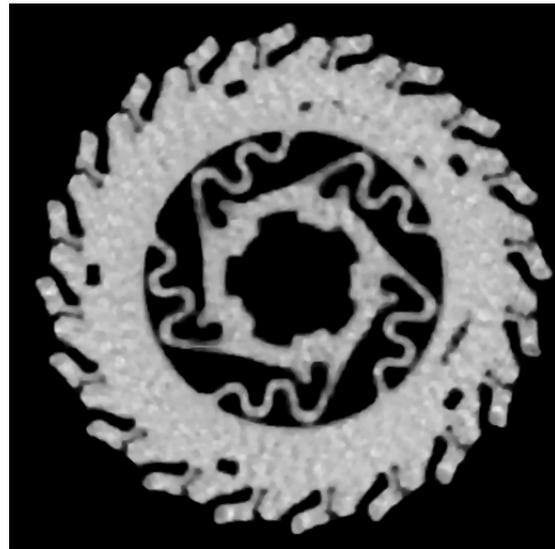


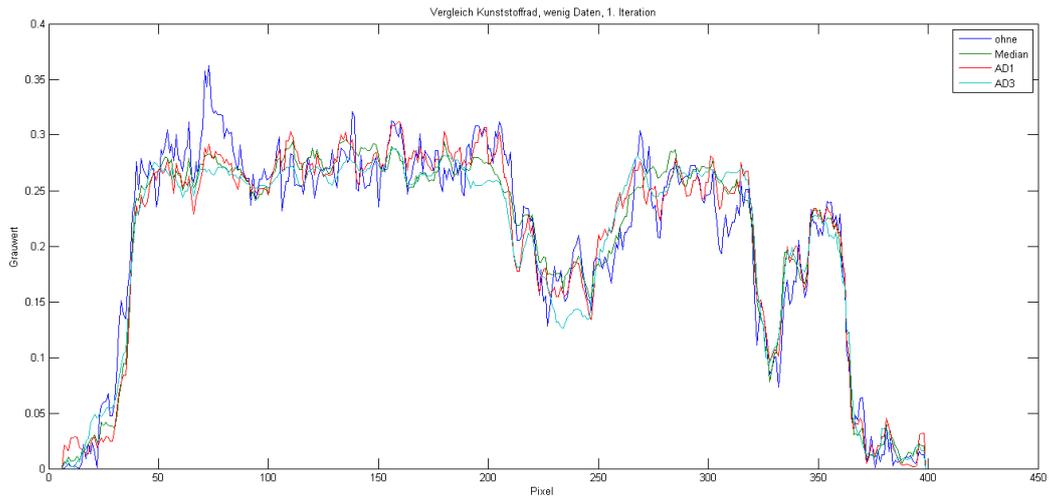
Abbildung 3.49: Kunststoffbauteil, wenige Daten, 10. Iteration, Median Filterung, zusätzliche Medianfilterung NACH Rekonstruktion

Iteration	Filter	Min	Max	μ	σ	SNR
FDK	ohne	-0,100919	0,760952	0,263225	0.12469	2.111
1	ohne	0,167975	0,360801	0,254884	0.032386	7.870
1	Median	0,237264	0,296608	0,268169	0.0133603	20.072
1	AD 1	0,207412	0,336174	0,266233	0.0265585	10.024
1	AD 3	0,243376	0,295978	0,269412	0.0091115	29.568
5	ohne	0,148422	0,394305	0,25341	0.039378	6.435
5	Median	0,236559	0,301541	0,267449	0.0121046	22.094
5	AD 1	0,221027	0,306729	0,26584	0.0157528	16.875
5	AD 3	0,245318	0,296914	0,2688282	0.0105805	25.407
10	ohne	0,137804	0,409712	0,254126	0.0451956	5.622
10	Median	0,236016	0,30236	0,269491	0.00980005	27.498
10	AD 1	0,207198	0,336543	0,268353	0.0215945	12.426
10	AD 3	0,227404	0,301746	0,265524	0.0131785	20.148

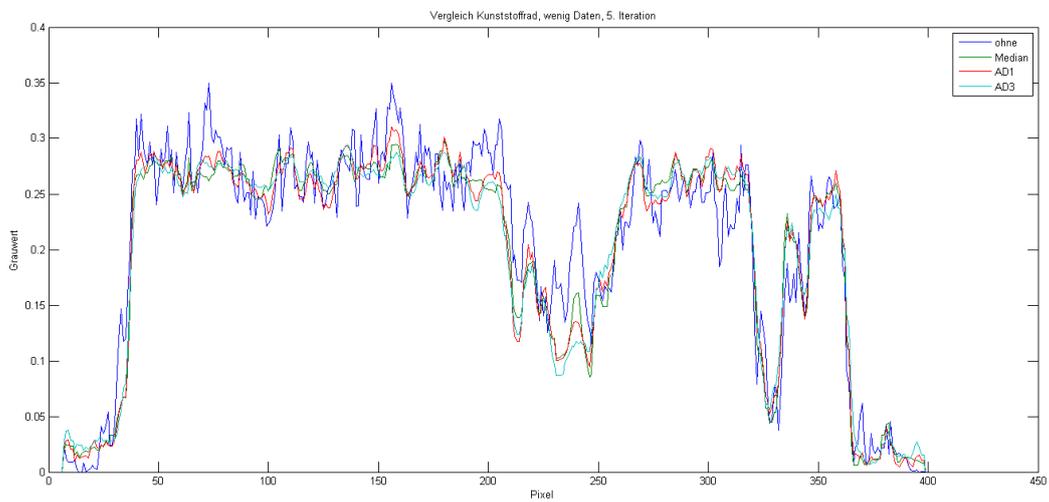
Tabelle 3.7: Kunststoffrad, wenige Daten, homogener Innenbereich, statistische Auswertung

Iteration	Filter	Min	Max	μ	σ
1	ohne	0	0,415443	0,120066	0,103767
1	Median	0	0,321901	0,121755	0,104444
1	AD 1	0	0,340804	0,121797	0,104855
1	AD 3	0	0,306070	0,123349	0,107242
5	ohne	0	0,369539	0,122510	0,120267
5	Median	0	0,307550	0,122340	0,118968
5	AD 1	0	0,312477	0,122388	0,118242
5	AD 3	0	0,297924	0,122360	0,115547
10	ohne	0	0,430308	0,119011	0,109017
10	Median	0	0,337042	0,121805	0,112445
10	AD 1	0	0,323355	0,122498	0,113471
10	AD 3	0	0,338474	0,122241	0,112995

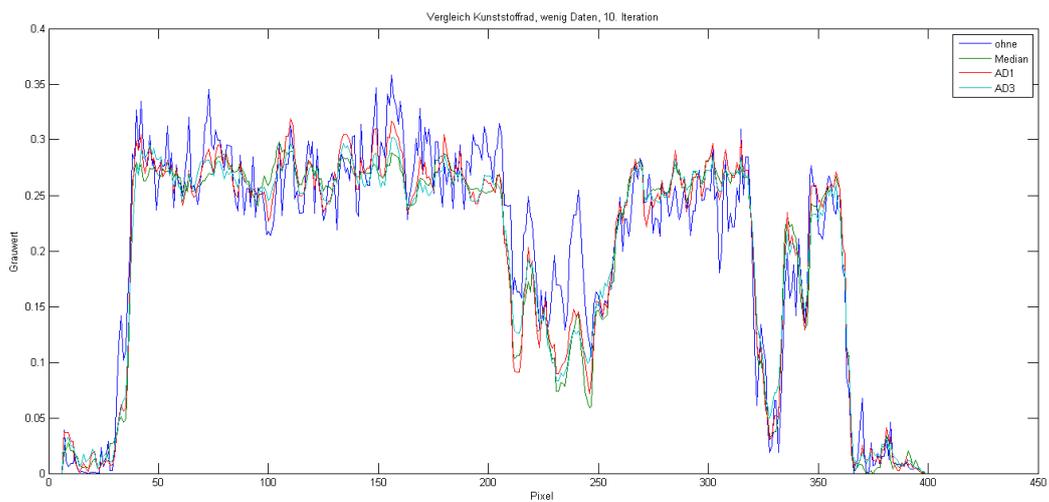
Tabelle 3.8: Kunststoffrad, wenige Daten, Linienprofil, statistische Auswertung



(a) Vergleich Kunststoffbauteil, wenige Daten, 1. Iteration



(b) Vergleich Kunststoffbauteil, wenige Daten, 5. Iteration



(c) Vergleich Kunststoffbauteil, wenige Daten, 10. Iteration

Abbildung 3.50: Kunststoffbauteil, 10% Daten, Grauwertverlauf

Auswertung

Reduziert man die Anzahl der benutzten Projektionen von 400 auf 40, so leidet besonders die ungefilterte Rekonstruktion (Abb. 3.38) stark. Neben Strahlartefakten aufgrund der geringen Projektionszahl fällt besonders der schlechte Kontrast speziell in der Objektmitte auf. Der Signal-Rausch-Abstand liegt bei 7.87. Eine Medianfilterung (Abb. 3.39) eliminiert die Strahlartefakte und verbessert Auflösung und Kontrast, was sich in einem SNR von 20 widerspiegelt. Anisotrope Filterung führt mit $T = 3$ (Abb. 3.38) bereits zu recht guten Ergebnissen angesichts der geringen Datenmenge. Wird $T = 1$ gewählt (Abb. 3.40), so reduziert sich die Homogenität des Materials verglichen mit $T = 3$ (Abb. 3.41). Zum Vergleich zeigt die Feldkamprekonstruktion (Abb. 3.47) gerade im Bereich der äußeren Haken eine schlechtere Auflösung, sowie generell eine geringere Homogenität im Material selbst. Der Signal-Rausch-Abstand von 2.1 ist verglichen mit den anderen Verfahren ein äußerst schlechter Wert. Eine Alternative zu F-SART stellt der Feldkampalgorithmus unter den gegebenen Bedingungen daher nicht dar.

Nach fünf Iterationen zeigt sich keine signifikante Verbesserung bei ungefilterter Rekonstruktion (Abb. refKunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, ohne Filterung). Der Kontrast ist günstiger, die Artefakte und Unschärfe immer noch unakzeptabel. Mediangefiltert (Abb. 3.43) ist besonders der zentrale Teil des Objektes besser rekonstruiert als bei einer Iteration. Qualitativ vergleichbar dazu ist die Rekonstruktion mit anisotroper Filterung und $T = 1$ (Abb. 3.44). Abgesehen von einer leichten Unschärfe ist das Ergebnis bei $T = 3$ (Abb. 3.45) ähnlich gut. Die Signal-Rausch-Abstände von ungefilterter und Median-gefilterter Rekonstruktion verändern sich nur geringfügig gegenüber den Werten nach einer Iteration. Die Diffusionsfilterung mit $T = 1$ verbessert sich hingegen von 10 auf 16, während ein Zeitparameter $T = 3$ zu einer Verschlechterung von 29.5 auf 25.5 führt. Untersucht man die Ergebnisse nach zehn Iterationen (ohne Bilder), so stellt man nur bei der Median-gefilterten Rekonstruktion eine Verbesserung des SNR von 22.1 auf 27.5 fest. Die Ergebnisse der Diffusionsfilter verschlechtern sich um circa 25 %, während die ungefilterte Rekonstruktion auf einem niedrigen Niveau von 5.6 verharret. Als Kontrolltest wurde eine Rekonstruktion mit zehn Iterationen nachträglich Median-gefiltert (Abb. 3.48) und mit einer ebenfalls nachträglich Median-gefilterten, aber bereits intrarekonstruktionial Median-gefilterten Rekonstruktion (Abb. 3.49) verglichen. Auch hier zeigt sich in der nur nachgefilterten Rekonstruktion neben einer besonders im Objektinneren inhomogenen Dichte eine schlechtere Rekonstruktion der dünnen Zwischenräume entlang der Außenhaken.

Zusammenfassung

Abschließend lässt sich sagen, dass die Einbindung einer Volumenfilterung während des Rekonstruktionsprozesses zu einer Qualitätssteigerung führen kann. Der Zugewinn fällt umso signifikanter aus, desto schlechter die zur Verfügung stehenden Daten sind. Artefakte durch verrauschte Projektionen oder eine normalerweise zu geringe Anzahl an Durchstrahlungswinkeln können durch dieses Verfahren reduziert werden, während gleichzeitig ein günstigerer Kontrast erreicht wird. Von extremer Wichtigkeit ist hierbei allerdings die korrekte Wahl der Filterparameter. Gerade bei den anisotropen Diffusionsfiltern müssen die gewählten Parameter auf die vorliegenden Daten abgestimmt sein. Sowohl die Stärke der vorangehenden Gauß-Glättung, als auch die Länge der Diffusionszeit spielen eine entscheidende Rolle. Im Gegensatz dazu ist die Medianfilterung ein sehr robustes und relativ objektunabhängiges Verfahren, das zu ähnlich guten Ergebnissen wie eine korrekt parametrisierte Diffusionsfilterung führt, ohne jedoch deren Rechenaufwand oder Empfindlichkeit gegenüber Parametrisierungsfehlern aufzuweisen. Für den alltäglichen Praxiseinsatz eignet sich die Medianfilterung daher deutlich besser als eine Diffusionsfilterung, da nicht zuerst die richtige Parametrisierung experimentell gefunden werden muss.

Kapitel 4

Einbinden von a priori Information

Oftmals sind über das zu untersuchende Objekt vor der Messung zusätzliche Informationen bekannt, welche eine Verbesserung der Rekonstruktionsqualität ermöglichen können. Für die meisten industriell relevanten Objekte liegen technische Details aus dem Planungs- und Fertigungsprozess vor. Diese **a priori Informationen** (API) beinhalten Maße und Geometrie des Prüfobjektes, sowie dessen materielle Zusammensetzung. Bei Objekten, die nur eingeschränkt zugänglich oder messbar sind, sei es, weil sie fest verbaut oder zu groß für eine Standard 360° CT sind, stellt sich das Problem der eingeschränkten Daten (limited data). In diesen Fällen lässt sich ein laminographisches Verfahren zur Inspektion anwenden. Um die fehlenden Winkelbereiche zumindest teilweise zu kompensieren, lässt sich a priori Information über die äußere Kontur des Objektes ausnutzen. Hierzu wird das zu rekonstruierende Volumen auf Bereiche eingeschränkt, von denen bekannt ist, dass sich in ihnen Material befindet. Anstatt ein komplettes quaderförmiges Volumen zu berechnen, beschränkt sich die Rekonstruktion nun auf Voxel, die innerhalb der Kontur des Objektes liegen. Voxel außerhalb werden fest auf Null gesetzt, sodass keine zusätzlichen Artefakte durch den eingeschränkten Datenbereich außerhalb des Objektes eine anschließende Auswertung erschweren. Erste Ansätze zu diesem Thema finden sich in [12]. In dessen Arbeiten wird das ART Verfahren benutzt und ein einfaches binarisiertes Gewichtungsbild mit Werten $[0;1]$ für die Rekonstruktion eines 2D Bildes der Dichteverteilung verwendet. Ziel dieses Kapitels ist es, dieses Konzept von 2D auf 3D zu erweitern, durch komplexere morphologische Operationen geeigneteres Gewichtungsvolumen zu bestimmen und durch eine geschickte Strahllängenkorrektur zusätzlich den Kontrast der Rekonstruktion signifikant zu erhöhen, um so die Fehlersuche zu vereinfachen. Als praxisrelevante Anwendungsbeispiele zur Demonstration der erreichten Verbesserungen dienen die Rekonstruktion eines Datensatzes mit stark reduzierter Projektionsanzahl in CT-Geometrie, sowie eine Swinglaminographie mit einem Winkelbereich von 90° .

4.1 Startvolumen als a priori Information

Eine sehr einfache Möglichkeit zur Einbindung von Vorwissen besteht darin, eine Rekonstruktion eines identischen, defektfreien Objektes als Startvolumen zu nutzen. Standardmäßig startet das SART Verfahren mit einem leeren Volumen, in das sukzessive rückprojiziert wird. Dadurch erhalten die zuerst benutzten Projektionen einen relativ großen Einfluss, der sich erst durch weiteres Iterieren abschwächt. Ersetzt man diese Startwerte hingegen durch eine Approximation an das erwartete Objekt, so werden die Korrekturwerte der Rückprojektion deutlich geringer, die Konvergenzgeschwindigkeit steigt. Es erfolgt gleichsam nur noch eine Rekonstruktion der Fehlstellen im vorliegenden Objekt, da die fehlerfreien Strukturen bereits im Startvolumen enthalten sind. Dieser Ansatz ist besonders sinnvoll, wenn es sich um die Serienprüfung identischer Objekte handelt und ein spezifiziertes defektfreies Referenzobjekt vorliegt, dessen Rekonstruktion man als Basis nutzen kann. In der Praxis sind hierbei jedoch einige Punkte zu beachten. Die Messung, für welche das a priori Startvolumen (APV) gedacht ist, muss mit den exakt gleichen Aufnahmeparametern durchgeführt werden, wie die Messung, aus der das Startvolumen berechnet wurde. Wird das Objekt zwischen den Messprozessen verschoben oder anderweitig in seiner Position oder Orientierung verändert, so sind Startvolumen und zu rekonstruierendes Volumen nicht länger deckungsgleich und eine unbrauchbare Rekonstruktion ist die Folge. In der Praxis ist diese Positionierungsvoraussetzung erfüllt, da stets die gleichen Objekte untersucht werden, sodass eine Änderung der Aufnahmeparameter nicht notwendig ist. Von ebenso großer Bedeutung ist die Ausrichtung und Positionierung des Objektes selbst. Entweder erfolgt eine mechanische Ausrichtung, z.B. durch eine Fixiervorrichtung oder eine softwaretechnische Verarbeitung in Form eines Registrierungsverfahrens zur Ausrichtung und Überdeckung von API Volumen und zu rekonstruierendem Objektvolumen.

Zur Erprobung des Verfahrens wurde als Startvolumen das bereits bekannte Würfelphantom ohne Einschluß und Fehlwürfel benutzt. Als zu rekonstruierendes Objekt diente das gleiche Würfelphantom mit Einschluß, verzweigtem Riss und einer abgerundeter Würfelkante mit 40 Projektionen.

Datensatz 5. *Würfelphantom ohne Defekte*

Objekt : Würfel aus 4 x 4 x 4 Subwürfeln

Projektionsanzahl : 200

Projektionsdimension : 512 x 512 Pixel

Winkelbereich : 360°

Geometrie : Kegelstrahl CT

Datensatz 6. *Würfelphantom mit Defekten*

Objekt : Würfel aus 4 x 4 x 4 Subwürfeln, Subwürfel (2,3) mit Riss, Subwürfel (1,4) mit Einschluß höherer Dichte und Subwürfel (3,2) mit oben rechts abgerundeter Ecke

Projektionsanzahl : 40

Projektionsdimension : 512 x 512 Pixel

Winkelbereich : 360° Geometrie : Kegelstrahl CT

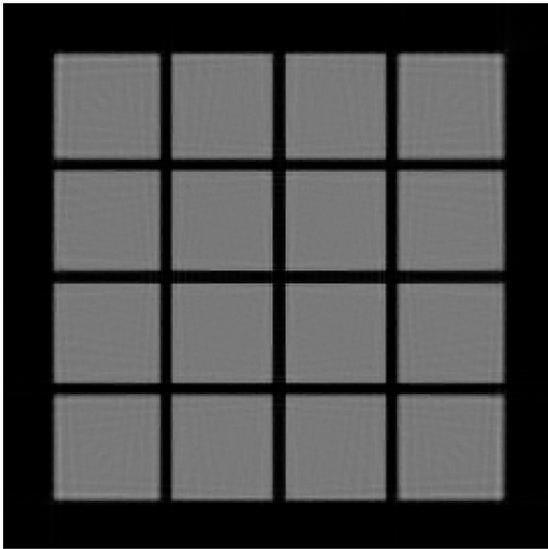


Abbildung 4.1: Würfelphantom ohne Defekte, 200 Winkel, 3. Iteration

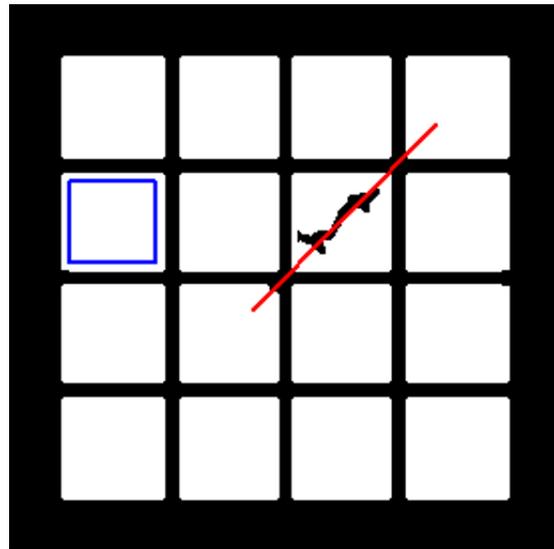


Abbildung 4.2: Würfelphantom mit Defekten, Binarisierte Darstellung, Auswertung entlang rotem Linienprofil durch Riss und innerhalb des blauen Quadrates in Subwürfel (2,1)

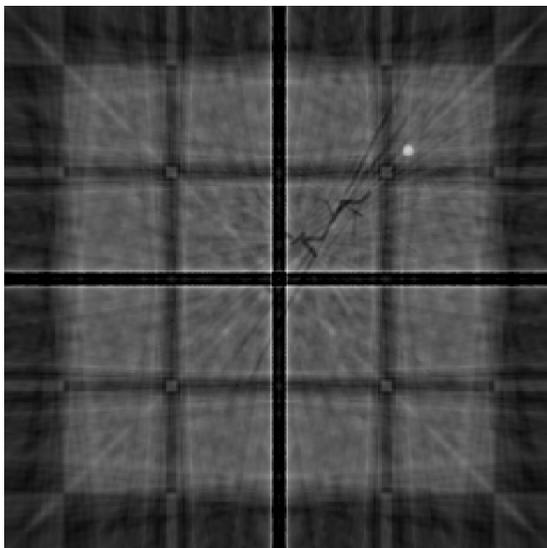


Abbildung 4.3: Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Feldkamp Rekonstruktion

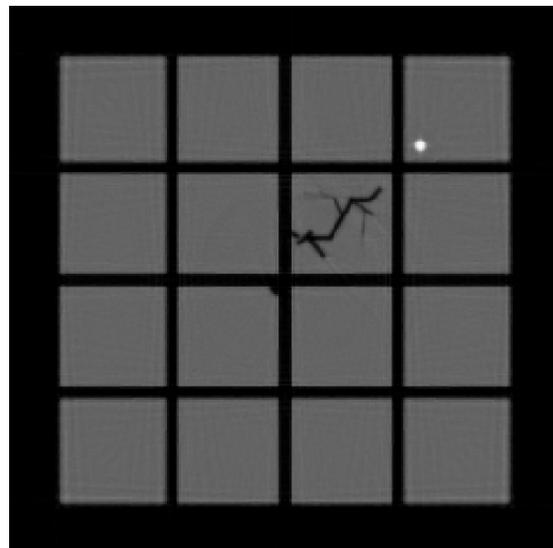


Abbildung 4.4: Würfelphantom mit Defekten, 200 Winkel, 3. Iteration

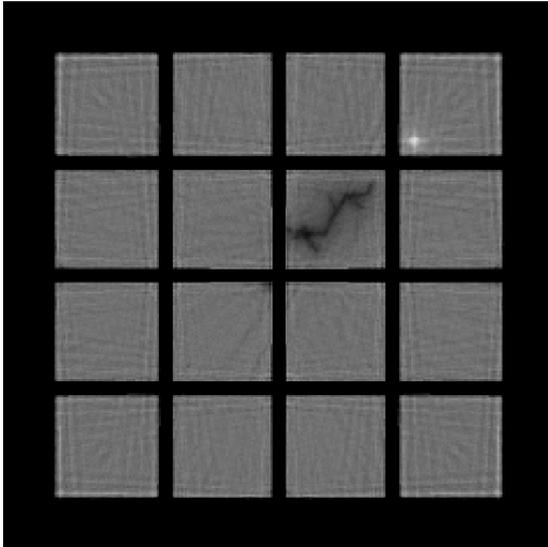


Abbildung 4.5: Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion mit A priori Startvolumen, 1. Iteration

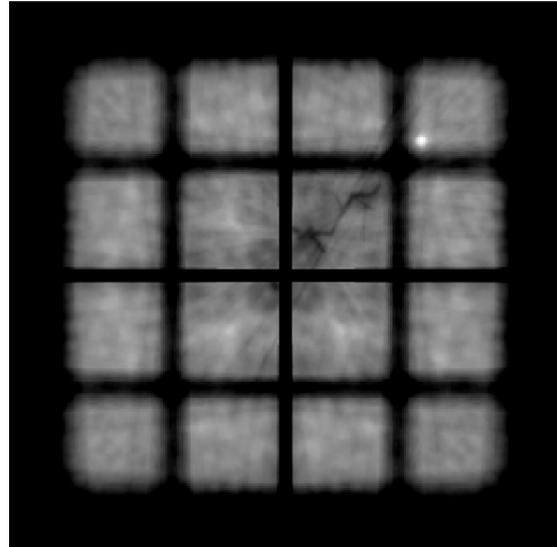


Abbildung 4.6: Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion ohne A priori Startvolumen, 1. Iteration

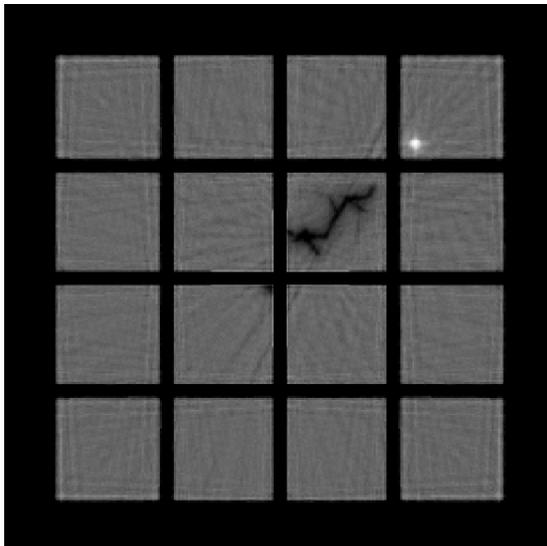


Abbildung 4.7: Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion mit A priori Startvolumen, 3. Iteration

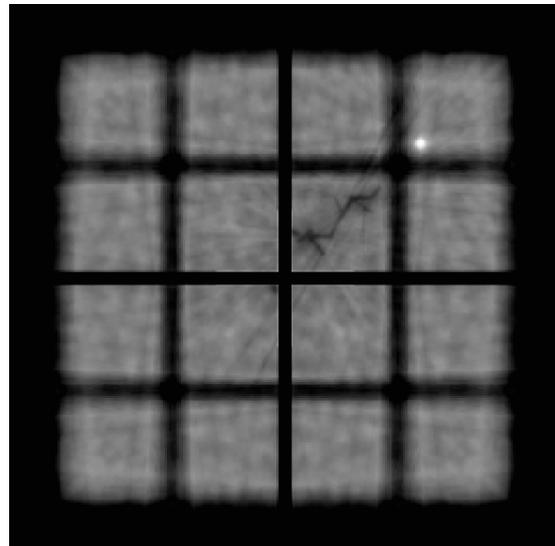
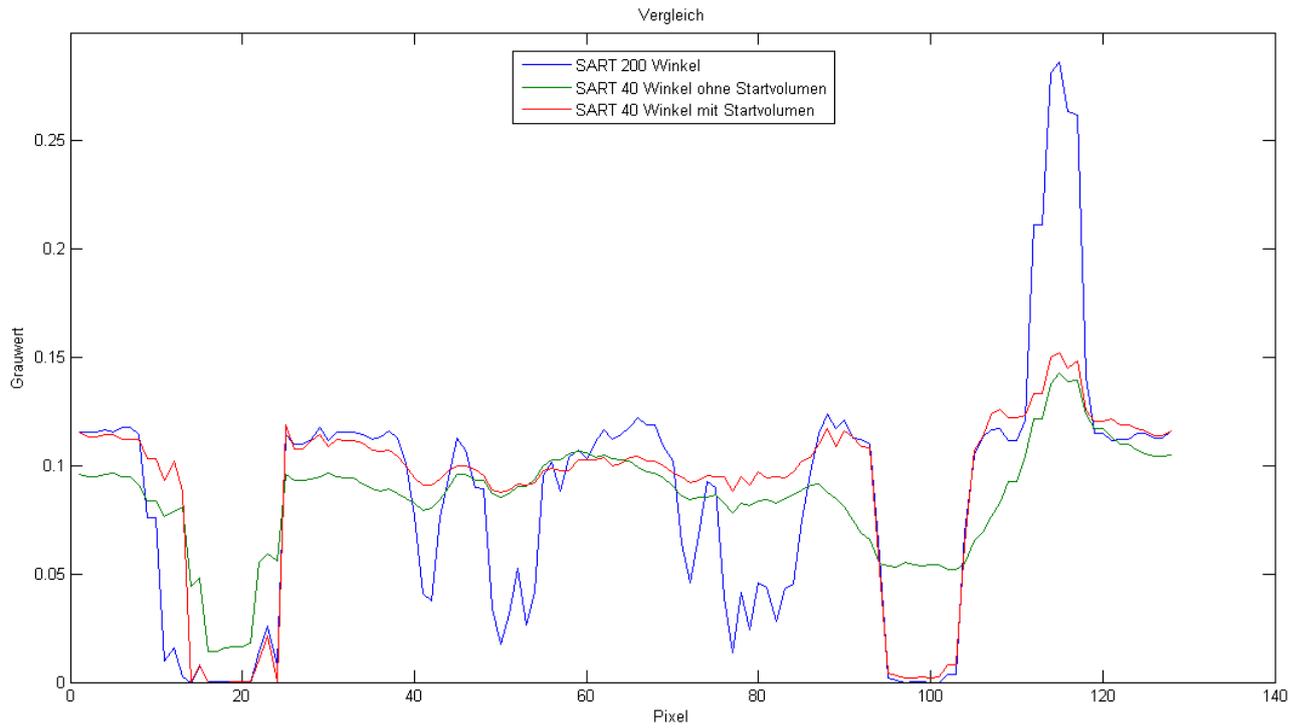
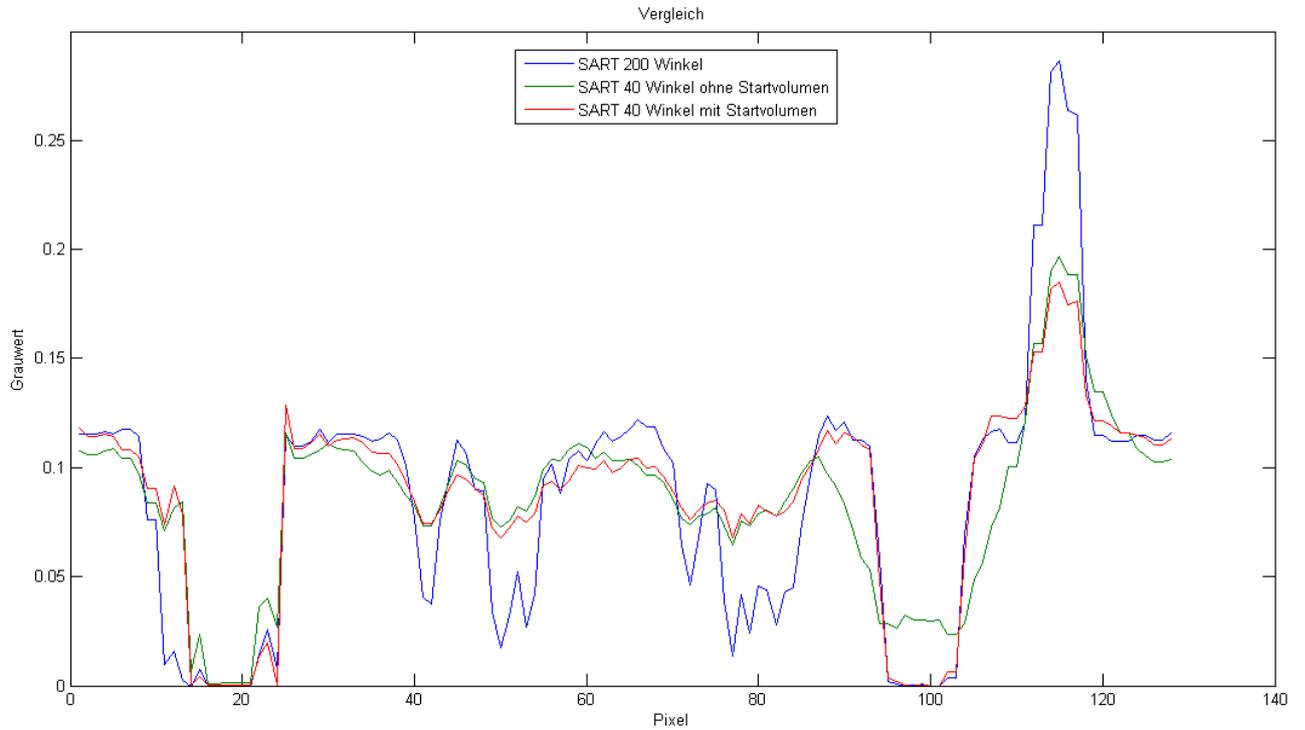


Abbildung 4.8: Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion ohne A priori Startvolumen, 3. Iteration



(a) Grauwertvergleich Würfelphantom mit / ohne A priori Startvolumen, 1. Iteration



(b) Grauwertvergleich Würfelphantom mit / ohne A priori Startvolumen, 3. Iteration

Abbildung 4.9: Grauwertvergleich Würfelphantom mit / ohne A priori Startvolumen entlang des roten Linienprofils

Algo	SV	W	I	Min	Max	μ	σ
SART	-	200	3	0	0,286276	0,0853428	0,0580286
FDK	-	40	-	-0,179096	0,316113	0,0925225	0,0843812
SART	-	40	1	0,014236	0,14254	0,0855984	0,0244827
SART	+	40	1	0	0,152396	0,0902775	0,0398789
SART	-	40	3	0,000736	0,196775	0,085606	0,0386384
SART	+	40	3	0	0,184912	0,0872317	0,0425231

Tabelle 4.1: Würfelfantom mit Defekten, statistische Auswertung entlang Linienprofil

Algo	SV	W	I	Min	Max	μ	σ	SNR
SART	-	200	3	0,106861	0,124585	0.115593	0.002081	55.546
FDK	-	40	-	-0,002143	0,206163	0.113701	0.025125	4.525
SART	-	40	1	0,062598	0,117602	0.103843	0.009425	11.017
SART	+	40	1	0,104635	0,124301	0.115661	0.002237	51.703
SART	-	40	3	0,068672	0,129733	0.113169	0.008658	13.071
SART	+	40	3	0,104540	0,125299	0.115858	0.002481	46.698

Tabelle 4.2: Würfelfantom mit Defekten, statistische Auswertung innerhalb Rechteckprofil

Auswertung

Vergleicht man die Ergebnisse nach einer SART Iteration mit (Abb. 4.5) und ohne Startvolumen (Abb. 4.6) miteinander, so fällt direkt ins Auge, dass die Rekonstruktion mit leerem Startvolumen deutlich verschwommener und verrauschter ist, als die Rekonstruktion mit geeignetem Startvolumen. Die einzelnen Subwürfel sind ohne a priori Information allenfalls im inneren Bereich als Würfel zu identifizieren, wohingegen mit a priori Information der Aufbau des Objektes aus gleich großen Subwürfeln eindeutig erkennbar ist. Der Einschluß höherer Dichte in Subwürfel (1,4) ist bei Verwendung eines Startvolumens scharf und deutlich als im Inneren des Subwürfels liegend erkennbar. Ohne Startvolumen ist nicht klar entscheidbar, ob der Dichteeinschluß auf der Oberfläche des Subwürfels sitzt oder in dessen Innerem liegt. Der Riss in Subwürfel (2,3) ist in beiden Fällen erkennbar, wobei der Kontrast zwischen Riss und Subwürfel bei leerem Startvolumen geringer ausfällt und die Erkennbarkeit zusätzlich durch die inhomogen rekonstruierte Struktur des Subwürfels erschwert wird. Ein Vergleich der Signal-Rausch-Abstände zeigt deutlich die mangelnde Qualität der Feldkamprekonstruktion mit einem Wert von 4.5 verglichen mit 11.017 bei einer normalen SART Rekonstruktion. Wird zusätzlich ein Startvolumen benutzt, so erreicht der resultierende Signal-Rausch-Abstand mit 51.7 fast den Wert der Referenzrekonstruktion mit 200 Winkeln und 3 Iterationen.

Nach drei Iterationen zeigt sich ein tendentiell ähnliches Bild. Durch die zusätzlichen Iterationen sind die äußeren Würfel der Rekonstruktion ohne Startvolumen (Abb. 4.8) besser als gleich große Würfel erkennbar, im Vergleich zu der Rekonstruktion mit Startvolumen (Abb. 4.8) aber immer noch sehr verschwommen. Die abgerundete Ecke des Subwürfels (3,2) ist bei beiden Varianten erkennbar, durch den höheren Kontrast bei Verwendung eines Startvolumens in diesem Fall aber hervorstechender. Mit a priori Information ist die Breite des Risses korrekt rekonstruiert, während ohne a priori Information der Riss signifikant zu schmal dargestellt wird. Der Einschluß höherer Dichte hingegen ist in beiden Fällen vergleichbar. Der Signal-Rausch-Abstand hat sich für den Fall des Benutzung des a priori Startvolumens nach drei Iterationen im Vergleich zu einer Iteration leicht verschlechtert, liegt aber mit 46.7 immer noch auf einem sehr hohen Niveau. Ohne a priori Startvolumen hat sich der Signal-Rausch-Abstand leicht von 11 auf 13 erhöht und bleibt damit erheblich niedriger als bei Verwendung von a priori Information.

Betrachtet man den Grauwertverlauf nach einer Iteration entlang der roten Linie durch Riss, Einschluß und Ecke (Abb. 4.9 oben), so zeigt sich im Bereich der Leerräume zwischen den einzelnen Subwürfeln (im Bereich der Pixel 20 und 100) eine starke Übereinstimmung zwischen der Rekonstruktion mit vollen 200 Winkeln und der Rekonstruktion mit 40 Winkeln und Startvolumen. Verwendet man ein leeres Startvolumen, so erhält man in diesen Bereichen Dichtewerte von circa der Hälfte der Dichte im Subwürfel, also deutlich über der korrekten Dichte von 0. Im Inneren der Subwürfel ist zwischen beiden Rekonstruktionen mit 40 Winkeln wenig Unterschied zu sehen, die Würfelkanten sind jedoch mit a priori Information deutlich schärfer. Nach drei Iterationen ist das Bild ähnlich (Abb. 4.9 unten), die Leerräume liegen bei der Rekonstruktion ohne Zusatzinformation näher an der korrekten Dichte als nach nur einer Iteration, ohne jedoch ganz auf 0 abzusinken. Der Einschluß höherer Dichte um Pixel 110 ist in beiden Fällen klar erkennbar, die abgerundete Ecke um Pixel 10 kann erahnt werden. Im Inneren der Subwürfel haben sich beide Varianten nach drei Iterationen dem korrekten Dichtewert angenähert, ohne große Unterschiede zueinander aufzuweisen.

Vergleicht man abschließend eine Feldkamp Rekonstruktion mit 40 Winkeln (Abb. 4.3) mit der SART-Rekonstruktion unter Verwendung eines Startvolumens (Abb. 4.7), so zeigt sich direkt, dass das Ergebnis mit Feldkamp extrem stark unter Artefakten aufgrund der geringen Projektionsanzahl leidet. Der Einschluß höherer Dichte wird aufgrund seines symmetrischen Charakters relativ gut rekonstruiert. Der Riss im Subwürfel ist erkennbar, weist aber einen geringen Kontrast auf und wird schmaler rekonstruiert als mit SART. Die abgerundete Kante hingegen wird komplett durch die Artefakte verdeckt und ist somit nicht detektierbar. Unter den gegebenen Rahmenbedingungen ist das Feldkampverfahren dem SART Verfahren deutlich unterlegen.

Die Verwendung eines defektfreien vorrekonstruierten Referenzvolumens für die Rekonstruktion von Objekten aus wenigen Projektionen anstelle eines leeren Startvolumens erhöht den Kontrast an den interessierenden Fehlstellen und erleichtert die optische Auswertung deutlich. Betrachtet man den Signal-Rausch-Abstand so führt die Einführung eines a priori Startvolumens zu starken Qualitätssteigerungen gegenüber dem Standard SART Verfahren, da das resultierende Volumen homogener und weniger verrauscht ist. Auch verglichen mit der Referenzrekonstruktion mit fünffacher Datenmenge ist das Ergebnis mit a priori Information und geringerer Projektionsanzahl fast gleich gut. In der Praxis bedeutet dies eine Reduzierung von Mess- und Rechenzeit, da deutlich weniger Projektionen gemessen werden müssen, um eine gute Rekonstruktionsqualität zu erhalten. Der SART Algorithmus selbst wird dadurch nicht rechenintensiver, da nur die Initialisierung des Volumens statt durch ein leeres Volumen nun durch ein bereits im Vorfeld rekonstruiertes Volumen ersetzt wird. Die Ausrichtung des Startvolumens muss der Ausrichtung des zu untersuchenden Objektes während der Messung entsprechen. Dies lässt sich mechanisch durch entsprechende Halterungsvorrichtungen oder algorithmisch durch geeignete Registrierungsmethoden erreichen. Als Anwendungsgebiet bietet sich die Serienprüfung von Werkstücken an, da bei hoher Stückzahl der Aufwand der zusätzlichen Messung eines defektfreien Teiles zur Erstellung des Startvolumens durch die Zeiteinsparung bei den restlichen Messungen mehr als kompensiert wird.

4.2 Gewichtungsvolumen als a priori Information

4.2.1 Gewichtungsextraktion durch morphologische Operatoren

Um das Vorwissen über die Objektgeometrie für den Rekonstruktionsalgorithmus verständlich zu machen, ist es notwendig, die Information in Form eines Voxelvolumens zu modellieren. Liegen CAD Daten, Drahtgittermodelle oder sonstige Formate vor, so müssen diese zuerst in ein Voxelmodell überführt werden. Entsprechende Registrierungs- und Skalierungsschritte sind zusätzlich unverzichtbar, um das Voxelmodell passend zur Lage des Prüfobjekts während der Messung zu orientieren.

Wir beschränken uns auf den Fall der Extraktion eines Gewichtungsvolumens G aus einem vorhandenen Rekonstruktionvolumen V mit vollen Daten. Zur Rekonstruktion werden die gleichen Daten verwendet, wie zur Berechnung des Startvolumens, sodass keine Registrierung notwendig ist. Verschiedene Methoden stehen zur Verfügung, um aus der Rekonstruktion, die Voxel im Wertebereich von $[0,65535]$ umfasst, ein Gewichtungsvolumen mit Werten von $0, \dots, w_i, \dots, 1$ zu extrahieren. Die mathematische Bildverarbeitung stellt dabei in Form der morphologischen Operatoren nützliche Werkzeuge bereit. Eine detaillierte Übersicht über dieses Gebiet findet sich in [15]

4.2.1.1 Schwellwertbinarisierung

Die primitivste Form der Gewichtungsextraktion stellt eine einfache Schwellwertbinarisierung (Thresholding) mit einem manuell zu bestimmenden Schwellwert (Threshold) dar. Für eine Funktion $T(x)$ mit Schwellwert t definiert sich die Schwellwertbinarisierung wie folgt :

Definition 4.1. Schwellwertbinarisierung (Thresholding)

$$T : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}, T(x) = \begin{cases} a & \text{wenn } x < t \\ b & \text{wenn } x \geq t \end{cases}, a, b, t \in \mathbb{N}$$

Damit lässt sich eine einfache Klassifizierung in ein binäres Gewichtungsvolumen mit Werten 0,1 erreichen. Problematisch bei dieser Methode ist die geeignete Wahl des Schwellwertes. Ist die benutzte Rekonstruktion artefaktbehaftet, so kann es durchaus passieren, dass die Grauwerte der Artefakte im gleichen Wertebereich liegen, wie die Grauwerte des Materials und eine naive Schwellwertbinarisierung dazu führt, dass die Artefakte ebenfalls im Gewichtungsvolumen in den Bereich des Materials abgebildet werden.

Definition 4.2. Histogramm

Das Histogramm eines Volumens V mit Grauwerten im Bereich $[0, L-1]$ ist eine diskrete Funktion $h(r_k) = n_k$, wobei k der Grauwert und n_k die Anzahl der Voxel des Volumens mit Grauwert r sind.

Damit spiegelt das Histogramm die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Grauwerte, die im Volumen V vorkommen wieder und kann zur Bestimmung eines geeigneten Schwellwertes benutzt werden. Eine Analyse hinsichtlich lokaler Maxima des Histogramms lässt auf Bereiche homogener Dichte schließen und ermöglicht somit Rückschlüsse über die Zusammensetzung des untersuchten Objekts. Dies wäre ein erster Schritt zur Bestimmung von a priori Information bezüglich der Materialzusammensetzung des Objektes.

4.2.1.2 Einfache morphologische Verfahren

Zwei sehr mächtige und fundamentale morphologische Operatoren sind Erosion und Dilatation. Die meisten morphologischen Algorithmen lassen sich auf Kombinationen dieser beiden Operatoren zurückführen. Zur Definition von Erosion und Dilatation müssen zuerst Translation und Reflexion definiert werden.

Definition 4.3. Translation

Die Translation $(B)_z$ einer Menge $B \in \mathbb{Z}^3$ um den Punkt $z = (z_1, z_2, z_3)$ ist definiert als

$$(B)_z = \{c \mid c = b + z, \forall b \in B\}$$

Definition 4.4. Reflexion

Die Reflexion \widehat{B} einer Menge $B \in \mathbb{Z}^3$ ist definiert als

$$\widehat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$$

Anschaulich formuliert spiegelt die Reflexion einen Punkt $z \in \mathbb{Z}^2$ am Ursprung des Koordinatensystems. Damit sind die Grundoperationen bekannt, mit deren Hilfe Erosion und Dilatation definiert werden können.

Definition 4.5. Erosion

Seien A, B Mengen in \mathbb{Z}^3 , dann ist die Erosion $A \ominus B$ definiert als

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

D.h. die Erosion von A durch B ist genau die Menge aller Punkte B , deren Translation um z in A liegt. In der Bildverarbeitung wird die Erosion vornehmlich eingesetzt, um Bildkomponenten zu entfernen. Je nach Größe des benutzten Strukturelementes werden Details bis zu einer entsprechenden Größe eliminiert. Analog ist die Dilatation zu definieren.

Definition 4.6. Dilatation

Seien A, B Mengen in \mathbb{Z}^3 , dann ist die Dilatation $A \oplus B$ definiert als

$$A \oplus B = \{z \mid (\widehat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

D.h. die Dilatation von A durch B ist die Menge aller Verschiebungen z , sodass \widehat{B} und A sich in mindestens einem Element überlappen. Die Dilatation ist ein nützlicher Operator, wenn man Details in Bildern verbreitern oder verdicken möchte.

4.2.1.3 Mehrstufige morphologische Verfahren

Die morphologischen Operatoren Opening (Öffnung) und Closing (Schließung) erhält man durch Komposition von Erosion und Dilatation.

Definition 4.7. Opening (Öffnung)

Das Opening einer Menge $A \in \mathbb{Z}^3$ durch ein Strukturelement $B \in \mathbb{Z}^3$ ist definiert als

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Also ist das Opening von A durch B die Erosion von A durch B , mit anschließender Dilatation des Ergebnisses durch B . Umgekehrt verhält es sich mit Closing.

Definition 4.8. Closing (Schließung)

Das Closing einer Menge $A \in \mathbb{Z}^3$ durch ein Strukturelement $B \in \mathbb{Z}^3$ ist definiert als

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Das Closing von A durch B ist daher die Dilatation von A durch B , mit anschließender Erosion des Ergebnisses durch B .

Opening glättet die Konturen von Objekten und entfernt dünne Vorsprünge. Umgekehrt schließt Closing kleine Löcher, füllt Lücken in Konturen und verschmilzt kleine Risse. Beide Operatoren sind idempotent und ihr jeweiliger Dualoperator.

Eine Kombination von Opening und Closing führt zu einem interessanten Operator, der im Folgenden Combining genannt werden soll. Closing führt zu einem Volumen, in dem definitiv Material erwartet wird, da das zugrunde liegende, bereits binarisierte, Volumen V^{bin} bereits dieser Annahme genügen soll. Dies wird durch die Zuweisung des Gewichtes 1 ausgedrückt. Opening erweitert das Startvolumen und sorgt damit für einen gewissen Toleranzbereich außerhalb des eigentlichen binarisierten Bereiches, um gegebenenfalls eine unzureichende Schwellwertwahl, z.B. bei verrauschten Ausgangsvolumen, zu kompensieren. Der Opening Bereich, der außerhalb des Closing Bereiches liegt, erhält ein Gewicht < 1 , um diese Toleranz zu signalisieren.

Man wendet daher zuerst Closing auf V^{bin} an und ordnet den Voxeln im resultierenden Bereich V_{closed}^{bin} den Wert w_{high} zu. Anschließend wird auf V^{bin} Opening angewendet und erhält V_{opened}^{bin} . Der Bereich $G_{opened} \setminus G_{closed}$ erhält den Wert w_{low} .

Definition 4.9. Combining

Das Combining T_{Com_δ} eines binarisierten Volumens $V^{bin} \in \mathbb{R}^3$ mit Voxeln v_i durch ein Strukturelement $B \in \mathbb{Z}^3$ ist voxelweise definiert als :

$$T_{Com_\delta}(v_i) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T_{Com_\delta}(G) = \begin{cases} 0 & , \text{ wenn } v_i \notin V^{bin} \oplus B \\ w_{high} & , \text{ wenn } v_i \in V^{bin} \bullet B \\ w_{low} & , \text{ wenn } v_i \in (V^{bin} \oplus B) \setminus (V^{bin} \bullet B) \end{cases}$$

4.2.1.4 Furring

Ist man sich über den Verlauf der Objektkonturen in der Rekonstruktion V nicht sicher, so bietet sich die Möglichkeit an, den morphologischen Operator Opening in Kombination mit einer abstands-basierten Transformation T_{fur} zu benutzen. Hierbei wird zuerst ein normales Opening auf V angewandt und dann das resultierende Volumen mit einer Voxelschicht vorgegebener Dicke δ überzogen, quasi bepelzt. Daher die Bezeichnung Furring. Diesen Vorgang kann man mehrmals wiederholen, um so Schichten verschiedener Dicke und verschieden Gewichtes zu kombinieren.

Definition 4.10. Furring

Für die Definition des Furrings ist es sinnvoll, den Voxelindex v über das komplette Volumen V statt über einen Index i über die drei Indices x, y, z zu parametrisieren (siehe 3.1.1). Dann ist das Furring eines binarisierten Volumens $V^{bin} \in \mathbb{R}^3$ mit Voxeln v_i mit Schichtdicke δ voxelweise definiert als :

$$T_{Fur_\delta}(v_{x,y,z}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T_{Fur_\delta}(v_{x,y,z}) = \begin{cases} w_{Fur} & , \text{ wenn } \exists v_{x',y',z'} \in V^{bin} : \left\| \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \\ z - z' \end{pmatrix} \right\|_2 \leq \delta \\ & \wedge v_{x',y',z'} > 0 \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$

4.2.2 Algorithmische Adaption

4.2.2.1 A priori Rekonstruktion

Als Ausgangsbasis für die Einbindung von a priori Information dient das unmodifizierte SART-Verfahren wie bereits in (Def. 1.9) angegeben :

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{i \in P_\theta} \left(\frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) w_{ij}}{\sum_{i \in P_\theta} w_{ij}}$$

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j und Strahl i , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl i , $\lambda \in \mathbb{R}^+$, k aktuelle Iteration, P_θ Projektion bei Winkel θ

Entsprechend stellt sich die schematische Berechnung der gewichteten Strahlsumme eines typischen Strahls r durch die k getroffenen Voxel v_j eines Volumens dar :

Definition 4.11. Gewichtete Strahlsumme

$$r = \sum_{j=1}^k w_j \cdot v_j, \quad \text{mit } v_j \in \mathbb{R}, w_j \in [0, \sqrt{3}]$$

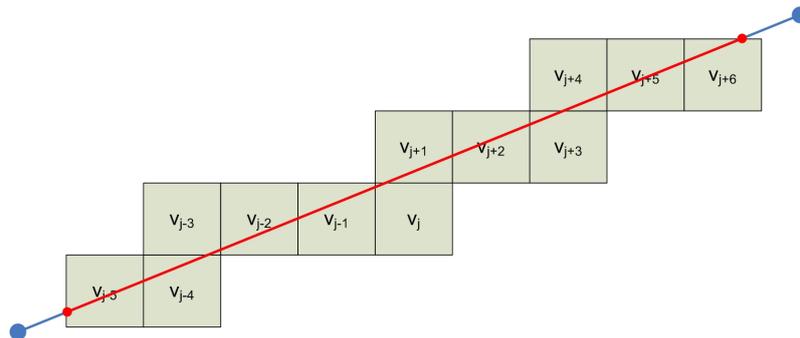


Abbildung 4.10: Berechnung der gewichteten Strahlsumme ohne a priori Gewichtung

Die geometrische a priori Information über die Konturen des Objektes wird mit Hilfe eines zusätzlichen Volumens der gleichen Dimension wie der des zu rekonstruierenden Volumens eingebunden. Dieses Gewichtungsvolumen enthält in jedem Voxel einen Wert $\in \{0, 1\}$ der die Wahrscheinlichkeit des Voxels, Material zu enthalten, widerspiegelt.

Definition 4.12. Gewichtete Strahlsumme mit binärer a priori Gewichtung

$$r = \sum_{j=1}^k w_j g_j \cdot v_j, \quad \text{mit } v_j \in \mathbb{R}, w_j \in [0, \sqrt{3}], g_j \in \{0, 1\}$$

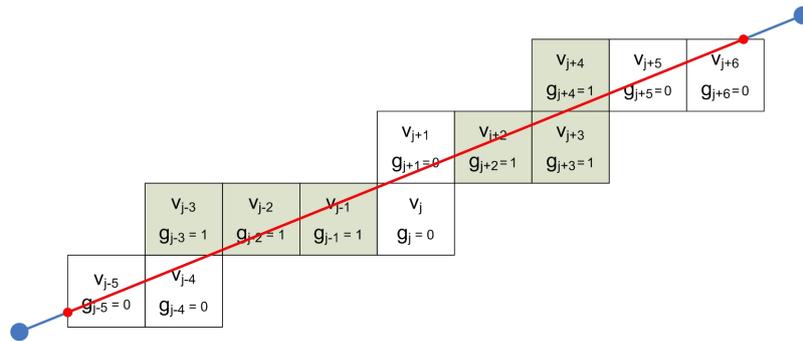


Abbildung 4.11: Strahlängenberechnung mit binärer a priori Gewichtung

Ein direkter Ansatz wäre eine zusätzlich gewichtete Rückprojektion unter Zuhilfenahme dieser Gewichtungsvoxel g_j , wie er von [12] für ART angegeben wurde. Angewendet auf das SART-Verfahren stellt sich der resultierende Algorithmus folgendermaßen dar :

Definition 4.13. SART mit a priori Gewichtung (API-SART)

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + g_j \lambda \frac{\sum_{i \in P_\theta} \left(\frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) w_{ij}}{\sum_{i \in P_\theta} w_{ij}}$$

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j und Strahl i , g_j a priori Gewichtung in v_j , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl i , $\lambda \in \mathbb{R}^+$, k aktuelle Iteration, P_θ Projektion bei Winkel θ

mit g_j a priori Gewichtung in Voxel v_j . Effektiv wirkt diese einfache Modifikation wie eine Maske, welche die Bereiche des Rekonstruktionsvolumens, deren Gewichtungsvoxel $g_j = 0$ erfüllen, auf den Wert $v_j = 0$ setzt. Damit lässt sich das Flussdiagramm des SART Verfahrens (Abb. 1.8) entsprechend erweitern :

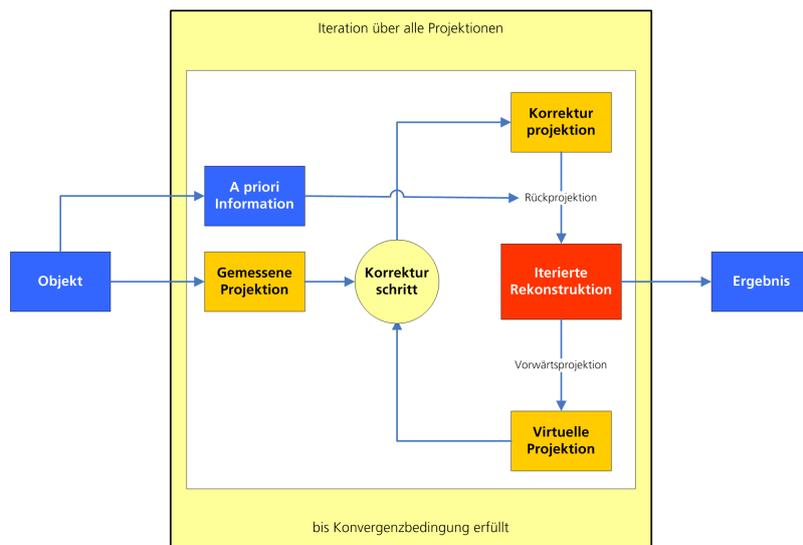


Abbildung 4.12: Flussdiagramm API-SART

4.2.2.2 A priori Rekonstruktion mit Strahllängenkorrekturen

Was bei API-SART nicht berücksichtigt wird, ist das unveränderte Gewicht w_{ij} , das die Durchstrahlungslänge in v_j bei Strahl i bezogen auf die gesamte Durchstrahlungslänge $\sum_{p_i \in P_\theta} w_{ij}$ darstellt. Wenn in Strahl i Voxel v_j enthalten sind, deren korrespondierende Gewichtungsvoxel $g_j = 0$ sind, so verringert sich die Gesamtdurchstrahlungslänge, da bekannt ist, dass g_j kein Objekt enthält und damit auch nicht in die Berechnung eingehen sollte. Bildlich gesprochen wird der in der Rückprojektion zu verteilende Grauwert nicht komplett auf die getroffenen Voxel aufgeteilt, sondern geht partiell verloren, da er für v_j mit $g_j = 0$ durch die Multiplikation mit dem Gewicht 0 eliminiert wird. Als Folge dessen verringert sich der Kontrast der Rekonstruktion und damit auch deren Qualität. Daher ist eine zusätzliche Strahllängenkorrektur (SLK) erforderlich, um dieses neu auftretende Problem zu beheben [48].

Eine Möglichkeit zur Lösung dieses Problems ist ein zusätzlicher Berechnungsschritt vor der gewichteten Rückprojektion. Nach der Berechnung der v_j , in die rückprojiziert werden soll, und deren Durchstrahlungslängen w_{ij} , werden die korrespondierenden Gewichtungsvoxel g_j untersucht, für die $g_j = 0$ gilt. In die Berechnung der korrigierten Gesamtstrahlänge gehen nur die Voxel v_j ein, deren korrespondierende $g_j \neq 0$ sind. Mit der dadurch angepassten Gesamtstrahlänge ändern sich in der Rückprojektion die Gewichte w_{ij} , da nun die Gesamtstrahlänge geringer geworden ist und somit die einzelnen w_{ij} höhere Werte erhalten. Dadurch wird erreicht, dass durch die Gewichtung mit $g_j = 0$ der zurückprojizierte Grauwert komplett auf das Volumen verteilt wird. Die korrigierte rückprojizierte Strahlensumme sieht folgendermaßen aus :

Definition 4.14. Binäre a priori Gewichtung mit Strahllängenkorrektur (SLK)

$$r = \sum_{j=1}^k \left(\frac{\sum_{j=1}^k w_j}{\sum_{\substack{j=1 \\ g_j=1}}^k w_j} \right) w_j g_j \cdot v_j, \quad \text{mit } v_j \in \mathbb{R}, w_j \in [0, \sqrt{3}], g_j \in \{0, 1\}$$

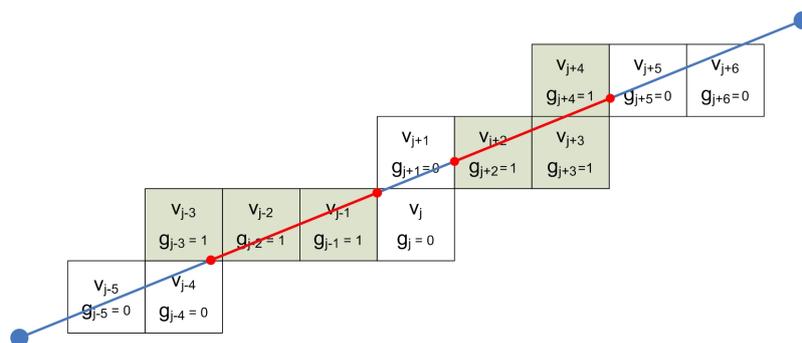


Abbildung 4.13: Strahllängenberechnung mit binärer a priori Gewichtung und angepasster Gesamtstrahlänge

Durch Berücksichtigung dieses Korrekturfaktors lässt sich das API-SART Verfahren weiter verfeinern :

Definition 4.15. *SART mit a priori Gewichtung und Strahllängenkorrektur (API-SART+SLK)*

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{i \in P_\theta} \left(\frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) w_{ij} \left(\frac{\sum_{n=1}^N w_{in}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) g_j}{\sum_{i \in P_\theta} w_{ij}}$$

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j und Strahl i , g_j a priori Gewicht in v_j , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl i , $\lambda \in \mathbb{R}^+$, k aktuelle Iteration, P_θ Projektion bei Winkel θ

Gerade bei qualitativ schlechten oder mit Unsicherheit behafteten geometrischen a priori Daten kann es sinnvoll sein, statt der groben binären Einteilung in Gewichte $g_j \in \{0, 1\}$ eine differenzierte polynäre Unterteilung mit Werten $g_j \in [0, 1]$ zu wählen.

Definition 4.16. *Gewichtete Strahlsumme mit polynärer a priori Gewichtung*

$$r = \sum_{j=1}^k w_j v_j g_j, \quad \text{mit } v_j \in \mathbb{R}, w_j \in [0, \sqrt{3}], g_j \in [0, 1]$$

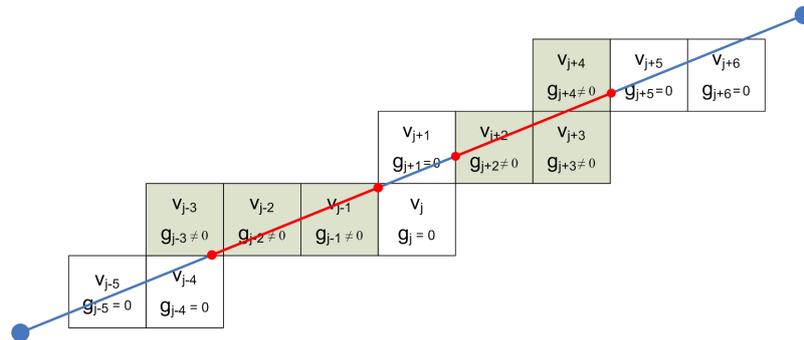


Abbildung 4.14: Strahllängenberechnung mit polynärer a priori Gewichtung und angepasster Gesamtstrahllänge

Hierbei stellt sich wiederum ein ähnliches Problem wie bei der direkten Anwendung binärer Gewichtsdaten ohne Anpassung der Strahllänge. Durch die Erweiterung des zulässigen Wertebereichs der g_j von 0 oder 1 auf beliebige Werte in $[0, 1]$ reicht die Strahllängenkorrektur nicht aus, da diese voraussetzt, dass die $g_j = 1$ sind. Eine zusätzliche Korrektur muss eingeführt werden, um zu verhindern, dass ein Teil des rückzuprojizierenden Grauwertes verloren geht. Dazu wird die Anzahl aller Gewichtungsfaktoren $g_j \neq 0$ bestimmt und diese durch die Summe aller Gewichtungsfaktoren g_j geteilt.

Definition 4.17. *Polynäre a priori Gewichtung und Strahllängenkorrektur (pSLK)*

$$r = \sum_{j=1}^k \left(\left(\frac{\sum_{j=1}^k w_j}{\sum_{\substack{j \in P \\ g_j \neq 0}} w_j} \right) v_j w_j \left(\frac{\sum_{\substack{j=1 \\ g_j \neq 0}}^k 1}{\sum_{j=1}^k g_j} \right) g_j \right), \quad \text{mit } v_j \in \mathbb{R}, w_j \in [0, \sqrt{3}], g_j \in [0, 1]$$

Dieser Korrekturfaktor wird zusätzlich zur Strahllängenkorrektur in den SART-Algorithmus integriert.

Definition 4.18. SART mit a priori Gewichtung und polynärer Strahllängenkorrektur (API-SART+pSLK)

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{i \in P_\theta} \left(\frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}} \right) w_{ij} \left(\frac{\sum_{n=1}^N w_{in}}{\sum_{\substack{n=1 \\ g_n \neq 0}}^N w_{in}} \right) \left(\frac{\sum_{n=1}^N 1}{\sum_{n=1}^N g_n} \right) g_j}{\sum_{i \in P_\theta} w_{ij}}$$

mit v_j Wert des j . Voxels, w_{ij} Gewicht in Voxel j und Strahl i , g_j a priori Gewicht in v_j , N Anzahl der getroffenen Voxel in Strahl i , $\lambda \in \mathbb{R}^+$, k aktuelle Iteration, P_θ Projektion bei Winkel θ

Am einfachen Beispiel eines Strahles, der die Voxel v_j mit Durchstrahlungslängen w_j und API Gewichten g_j , $j = 1, \dots, 6$, trifft, lassen sich die oben gemachten Feststellungen verdeutlichen. SLK bzw. pSLK steht hierbei für die Korrektur der Durchstrahlungslängen bei binärer bzw. polynärer Gewichte.

Als Beispiel dient ein Strahl, der 6 Voxel $v_j = 0$ mit den Durchstrahlungslängen $w_j = 1, 1, 1, 1, 1, 1$ trifft. Als binäre a priori Gewichtung seien $g_j = 0, 0, 1, 1, 1, 0$ gewählt. Die Hälfte der getroffenen Voxel sind somit im a priori Volumen enthalten, die andere Hälfte nicht. Berechnet man nun naiv die Summe der Durchstrahlungslängen wie in (Definition 4.29) angegeben, so erhält man als Summe 3. Benutzt man zusätzlich die binäre Strahllängenkorrektur, so ergibt sich ein zusätzlicher Korrekturfaktor von $3/6 = 2$, welcher der Summe der a priori gewichteten Durchstrahlungssummen geteilt durch die Summe aller Durchstrahlungssummen entspricht. Insgesamt korrigieren sich damit die a priori Gewichte g_j von $0, 0, 1, 1, 1, 0$ zu $0, 0, 2, 2, 2, 0$, was insgesamt zu der richtigen Summe von 6 führt.

j	1	2	3	4	5	6	Summe
w_j	1	1	1	1	1	1	6
g_j	0	0	1	1	1	0	
ohne API	1	1	1	1	1	1	6
bAPI	0	0	1·1	1·1	1·1	0	3
bAPI +SLK	0	0	2·1·1	2·1·1	2·1·1	0	6

Tabelle 4.3: Strahlsummen bei binärer a priori Gewichtung und SLK

Analog zu obigem Strahlenbeispiel (Tab. 4.3) wurden nun die a priori Gewichte $g_j = 0, 0, 0.5, 1, 0.5, 0$ gewählt. unkorrigiert ergibt sich damit eine Summe von 2, mit der binären Strahllängenkorrektur (SLK) eine Summe von 4. Zusätzlich muss im Falle von polynären a priori Gewichten eine entsprechende polynäre Strahllängenkorrektur durchgeführt werden. Dazu wird die Summe der SLK modifizierten Gewichte addiert und durch die Summe aller w_j dividiert. Dies führt zu einem Korrekturfaktor von 1.5, der angewandt auf die Gewichte zu $g_j = 0, 0, 1.5, 3, 1.5, 0$ und damit der korrekten Summe von 6 führt.

j	1	2	3	4	5	6	Summe
w_j	1	1	1	1	1	1	6
g_j	0	0	0.5	1	0.5	0	-
ohne pAPI	0	0	0.5	1	0.5	0	2
pAPI +SLK	0	0	2·0.5·1	2·1·1	2·0.5·1	0	4
pAPI +SLK +pSLK	0	0	2·1.5·0.5·1	2·1.5·1·1	2·1.5·0.5·1	0	6

Tabelle 4.4: Strahlsummen bei polynärer a priori Gewichtung und SLK

4.2.3 Experimentelle Ergebnisse

4.2.3.1 Reduktion der Projektionsanzahl bei vollständigen Daten

Zur Demonstration der Nützlichkeit von API-SART wird eine 360° Messung mit 40 Winkeln in CT Geometrie benutzt. Diese entspricht der Verwendung jedes 10. Winkels des ursprünglichen Datensatzes von 400 Winkeln und somit einer Datenreduktion auf 10 %. Bei dem benutzten Testobjekt handelt es sich um eine Skischuhschnalle aus einer Magnesiumlegierung mit komplexer Form und zahlreichen Porositäten. Für die Tests mit 90° und 360° Winkelbereich werden jeweils andere Orientierungen des Objekts verwendet.

Nach vorhergehender Binarisierung (Definition 4.1) und Entfernung der Defekte im Objektinneren werden die oben beschriebenen Verfahren Combining (Definition 4.9) mit Gewicht 0.7 und Furring (Definition 4.10) mit zwei Schichten der Dicke 5 und Gewicht 0.5 bzw. 0.25 angewandt. Insgesamt stehen damit 3 verschiedene a priori Volumina (APV) zur Verfügung.

Für APV A wurde die Ausgangsrekonstruktion aus vollen Daten nur mit einem geeigneten Schwellwert binarisiert (Thresholded).

Bei APV B wurde ausgehend von APV A zusätzlich ein Opening und ein Closing angewendet. Alle Voxel im Opening Volumen wurden mit Gewicht 0.7 versehen, alle Voxel im Closing Volumen mit Gewicht 1 (Combining).

Für APV C wurde APV A ausgehend mit einer 5 Voxel dicken Schicht der Gewichtung 0.5 und einer darauf aufbauenden ebenfalls 5 Voxel dicken Schicht der Gewichtung 0.25 versehen (Furring)

Mit Hilfe dieser drei a priori Volumen werden API-SART und API-SART mit Strahllängenkorrektur miteinander verglichen. Als Referenz dient eine SART Rekonstruktion ohne a priori Information.

Datensatz 7. *Skischuhschnalle I*

Objekt : Teil einer Skischuhschnalle aus einer Magnesiumlegierung

Projektionsanzahl : 40

Projektionsdimension : 1984 x 1984 Pixel

Winkelbereich : 360° Geometrie : Kegelstrahl CT



Abbildung 4.15: Skischnalle

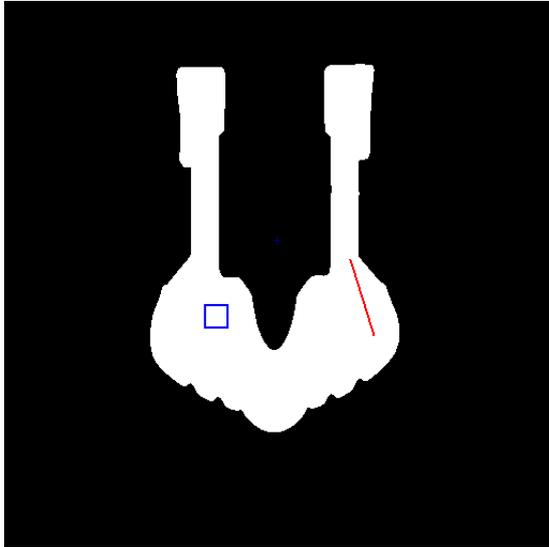


Abbildung 4.16: Skischnalle, Grauwertverläufe

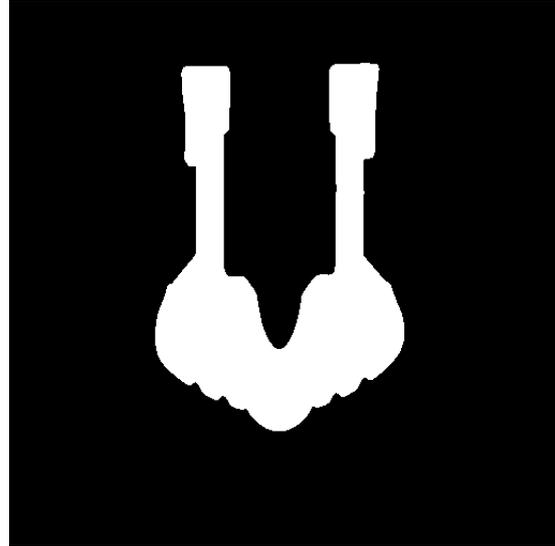


Abbildung 4.17: Skischnalle, API Volumen A - Thresholded und gefüllt

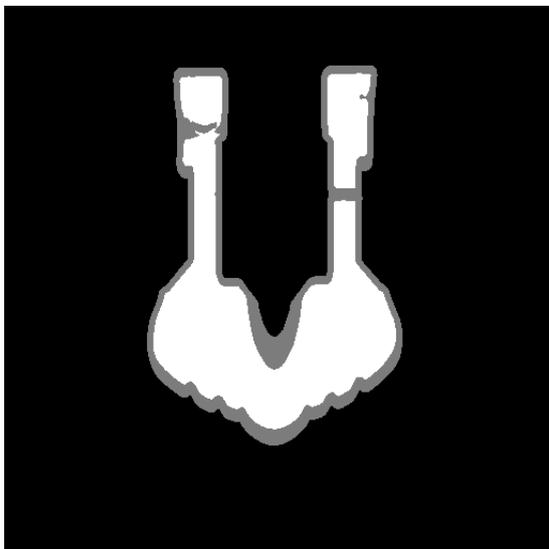


Abbildung 4.18: Skischnalle, API Volumen B - Combined und gefüllt

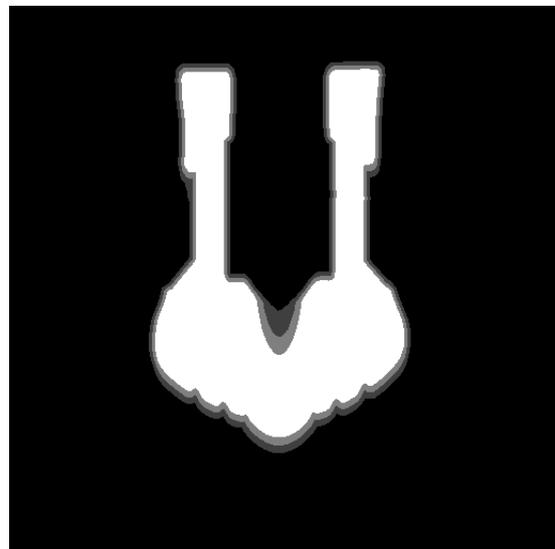


Abbildung 4.19: Skischnalle, API Volumen C - Furred und gefüllt

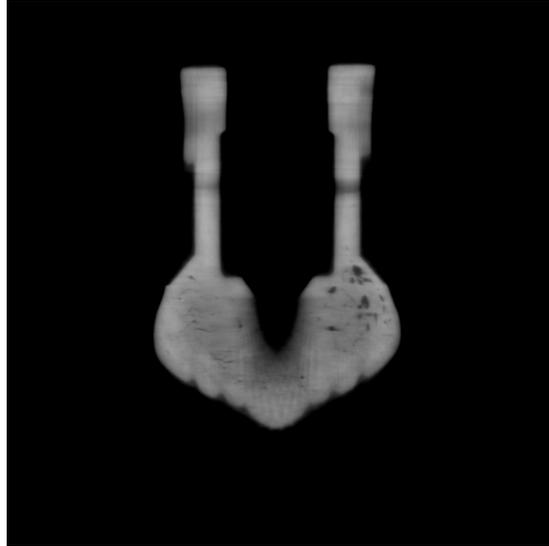


Abbildung 4.20: Skischnalle, 3. Iteration, ohne API, 40 Projektionen

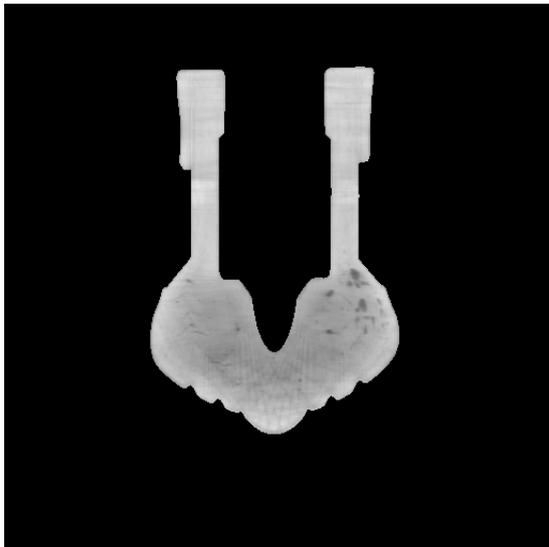


Abbildung 4.21: Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen A, 40 Projektionen

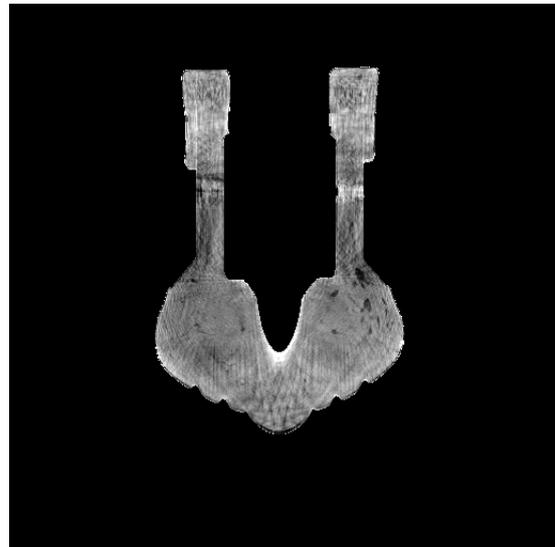


Abbildung 4.22: Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen A und SLK, 40 Projektionen

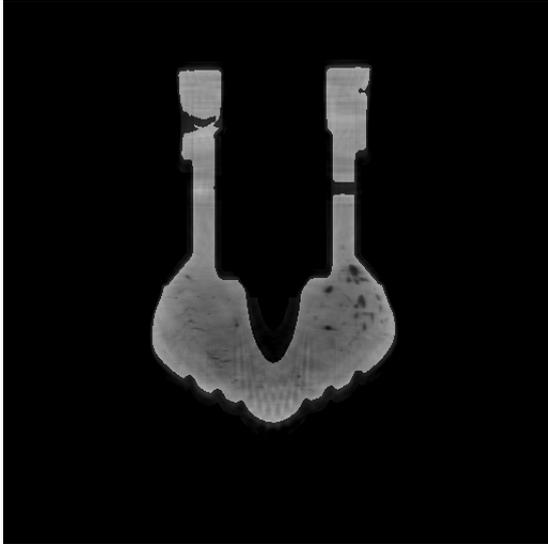


Abbildung 4.23: Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen B, 40 Projektionen

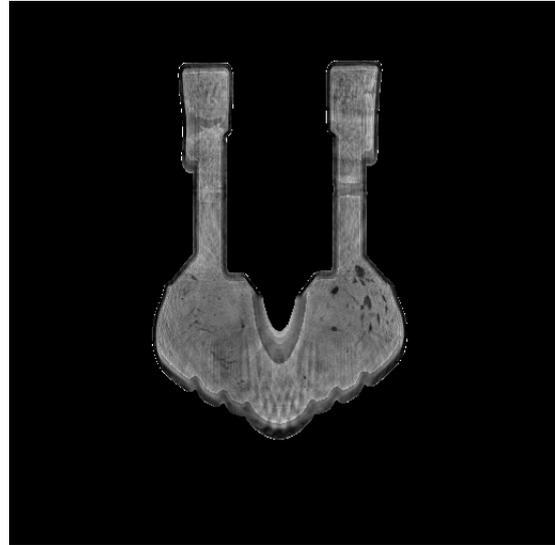


Abbildung 4.24: Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen B und SLK, 40 Projektionen

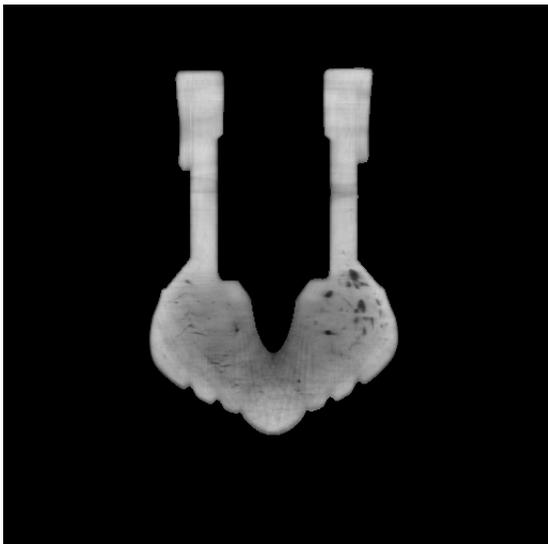


Abbildung 4.25: Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen C, 40 Projektionen

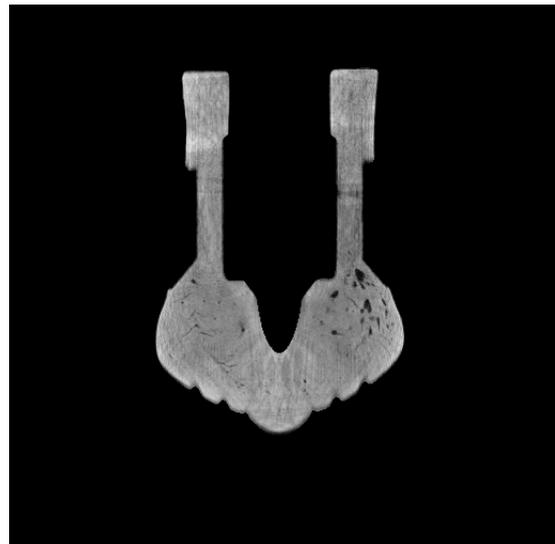
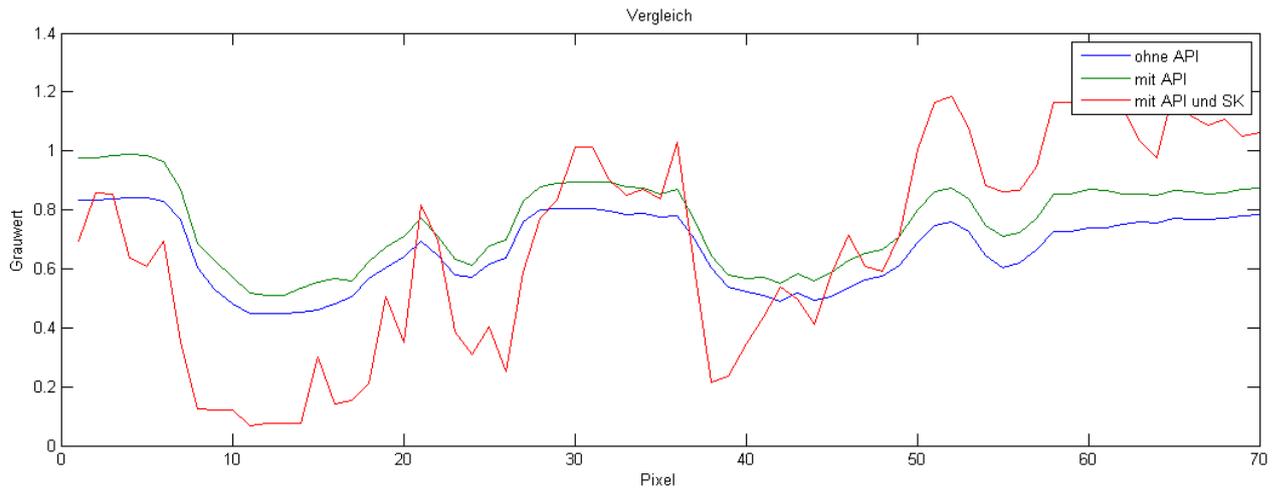
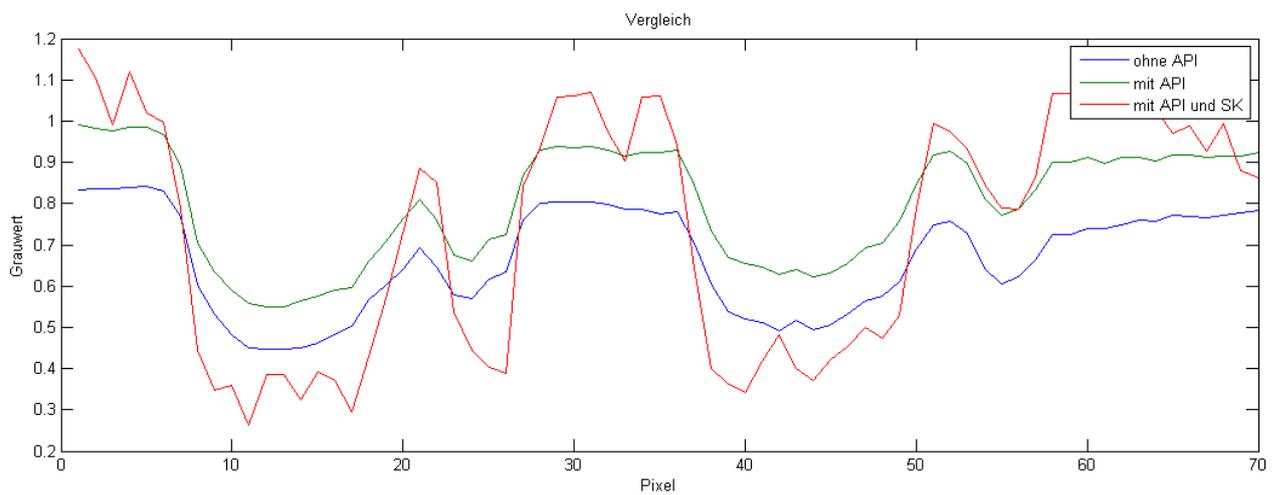


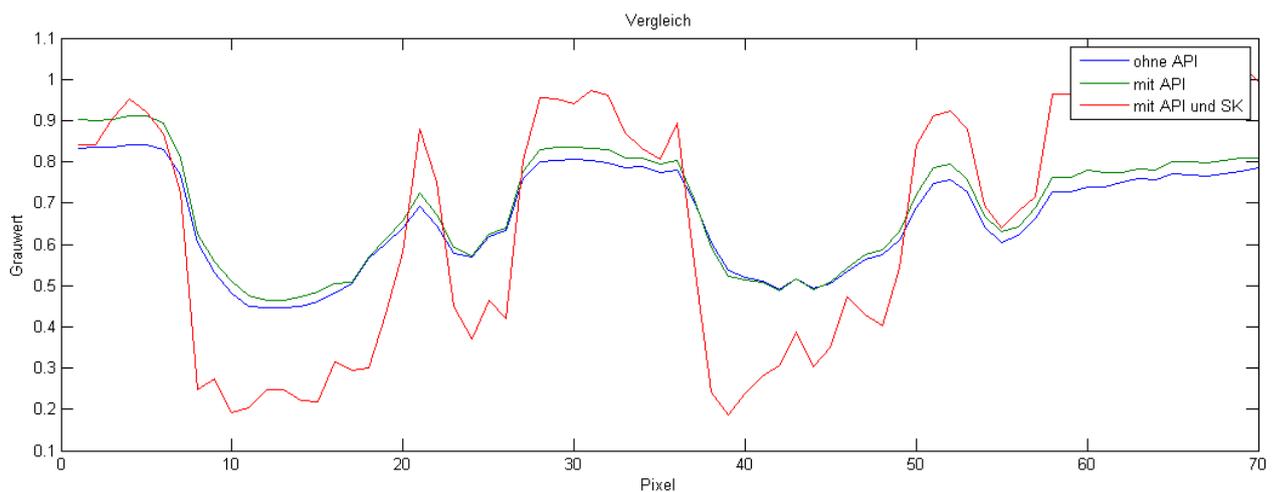
Abbildung 4.26: Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen C und SLK, 40 Projektionen



(a) Skischnalle, 3. Iteration, Grauwertverlauf Porenbereich, API Volumen A



(b) Skischnalle, 3. Iteration, Grauwertverlauf Porenbereich, API Volumen B



(c) Skischnalle, 3. Iteration, Grauwertverlauf Porenbereich, API Volumen C

Abbildung 4.27: Skischnalle, 3. Iteration, Grauwertverlauf, API Volumen

SLK	APV	Min	Max	μ	σ
-	-	0,453146	0,847377	0,673423	0,125268
-	A	0,516665	0,991998	0,746882	0,140971
+	A	0,257567	1,19415	0,761797	0,302063
-	B	0,524733	0,988645	0,737011	0,135327
+	B	0,189075	1,06599	0,670727	0,292139
-	C	0,475275	0,923262	0,710291	0,138842
+	C	0,0933933	0,927379	0,559669	0,29301

Tabelle 4.5: Skischnalle, Linienprofil, statistische Auswertung

SK	APV	Min	Max	μ	σ	SNR
-	-	0,674536	0,779436	0.738292	0.018895	39.073
-	A	0,662303	0,7829	0.750985	0.0150022	50.058
+	A	0,555738	1,1074	0.89631	0.0706737	12.682
-	B	0,665663	0,819458	0.754443	0.0273732	27.561
+	B	0,674379	1,15496	0.970298	0.0662995	14.635
-	C	0,706551	0,822917	0.78962	0.0190561	41.436
+	C	0,554928	1,0216	0.897469	0.0584607	15.351

Tabelle 4.6: Skischnalle, Rechteckprofil, statistische Auswertung

Auswertung

Vergleicht man die Ergebnisse nach drei Iterationen und bei Verwendung von APV A, so stellt man fest, dass der Kontrast der Poren im Material bei API-SART (Abb. 4.21) und in der a priori freien SART Referenzrekonstruktion (Abb. 4.20) deutlich geringer ist, als bei API-SART+SLK (Abb. 4.22). Die Verwendung der Strahllängenkorrektur führt allerdings in Kombination mit APV A zu extremen Artefakten, welche eine Auswertung stark erschweren. Dies spiegelt sich auch im Signal-Rausch-Abstand wieder. API-SART erreicht mit 50 einen besseren Wert als das normale SART-Verfahren mit 39. Die Artefakte bei API-SART+SLK führen zu einem SNR von 12.6. Im Bereich der U-förmigen Aussparung in der Mitte der Skischnalle erkennt man den Vorteil der Verwendung von Vorwissen - ist in der SART Rekonstruktion die Form nur zu erahnen, so ist die Objektkontur bei API-SART und API-SART+SLK scharf wiedergegeben.

Untersucht man die Resultate im Falle des a priori Volumens B, so zeigt sich im Bereich des Closings mit Gewicht 1 ein ähnliches Bild wie mit APV A. Problematisch wirkt sich hingegen der Opening Bereich mit Gewicht 0.7 aus. Hier fällt ein deutlicher Abfall der Dichtewerte ins Auge. Bei API-SART (Abb. 4.23) zeigen sich Unterbrechungen in den beiden Stegen der Skischnalle, die bei API-SART+SLK (Abb. 4.24) signifikant schwächer ausfallen, aber dennoch zu erahnen sind. Der Signal-Rausch-Abstand ist ohne Strahllängenkorrektur jedoch doppelt so gut wie mit. Generell wird durch die Opening-bedingte Vergrößerung des Bereiches mit Gewicht > 0 die Kontur des Objektes falsch berechnet. Die Verwendung der Strahllängenkorrektur erzeugt zusätzlich am Rand des Openingbereiches einzelne Voxel mit stark erhöhter Dichte. Prinzipiell wäre es sinnvoll, anstelle des kompletten Openingbereiches nur den Bereich zu verwenden, der vom ursprünglichen binarisierten Volumen abgedeckt wird oder das Strukturelement der morphologischen Operationen hinreichend klein zu wählen.

Die besten Rekonstruktionen liefert APV C. Vergleicht man hier API-SART (Abb. 4.25) und API-SART+SLK (Abb. 4.26), so zeigt sich abermals der deutlich bessere Kontrast im Porenbereich um Pixel 8-18, 23-26, 40-50 und um Pixel 50 (Abb. 4.27) bei der Verwendung der Strahllängenkorrektur und die dadurch bedingte bessere Erkennbarkeit der Defekte. Die

Homogenität des Materials ist über das gesamte Objekt hin gleichmäßiger, während bei API-SART der untere zentrale Bereich dunkler erscheint als der Rest des Objektes. Der Signal-Rausch-Abstand ist ohne SLK jedoch ungünstiger, was allerdings die Erkennbarkeit der Poren nicht beeinträchtigt. Der Bereich der beiden Voxelschichten mit Gewichtung 0.5 und 0.25 wurde bei diesem a priori Volumen bei beiden Verfahren nach der Rekonstruktion abgeschnitten, um Artefaktpixel im Rand wie bei APV B zu eliminieren. Ohne diesen Schritt würden gegebenenfalls auftretende Artefakte die üblicherweise nachfolgende Normierung des Volumens stark an Kontrast und Dynamik einbüßen lassen und ein Detektieren der Fehler dadurch erschweren.

Zusammenfassung

Die Rekonstruktionsqualität verbessert sich bei der Reduktion der benutzten Projektionen auf 10 %, wenn zusätzlich die Objektkontur in Form eines a priori Volumens vorgegeben wird. Im Gegensatz zu dem bisherigen API-SART Verfahren lässt sich durch eine weitere Strahllängenkorrektur der Kontrast innerhalb der Rekonstruktion und damit die Fehlererkennbarkeit deutlich steigern. Das leicht erhöhte aber strukturierte Rauschen bei Benutzung von API-SART+SLK wirkt sich nicht negativ auf die optische Qualität der Rekonstruktion aus. Weiterhin hat sich gezeigt, dass ein einfaches, binarisiertes a priori Volumen schlechtere Ergebnisse liefert als ein polynäres Volumen mit zusätzlichen Voxelschichten abnehmender Gewichtung.

4.2.3.2 Eingeschränkter Winkelbereich - Swinglaminographie

Zur Bewertung der verschiedenen a priori Algorithmen hinsichtlich der Anwendbarkeit auf unvollständige Daten dient eine 90° Messung der bereits bekannten Skischuhschnalle in veränderter Orientierung und in Swinglaminographie Geometrie. Als Grundlage für die a priori Volumen wird eine 360° Messung mit 400 Winkeln in CT Geometrie benutzt. Die untersuchten a priori Volumina A,B und C werden wie im vorangegangenen Abschnitt erstellt.

Für APV A wurde die Ausgangsrekonstruktion aus vollen Daten nur mit einem geeigneten Schwellwert binarisiert (Thresholded).

Bei APV B wurde ausgehend von APV A zusätzlich ein Opening und ein Closing angewendet. Alle Voxel im Opening Volumen wurden mit Gewicht 0.7 versehen, alle Voxel im Closing Volumen mit Gewicht 1 (Combining).

Für APV C wurde APV A ausgehend mit einer 5 Voxel dicken Schicht der Gewichtung 0.5 und einer darauf aufbauenden ebenfalls 5 Voxel dicken Schicht der Gewichtung 0.25 versehen (Furring)

Als Referenz dient wiederum eine SART Rekonstruktion ohne a priori Information. Aufgrund des stark eingeschränkten Winkelbereiches von 90° ist eine deutliche Verbesserung der Konturerkennbarkeit bei Verwendung von a priori Information zu erwarten.

Datensatz 8. *Skischuhschnalle II*

Objekt : Teil einer Skischuhschnalle aus einer Magnesiumlegierung

Projektionsanzahl : 100

Projektionsdimension : 1984 x 1984 Pixel

Winkelbereich : 90° Geometrie : Kegelstrahl CT

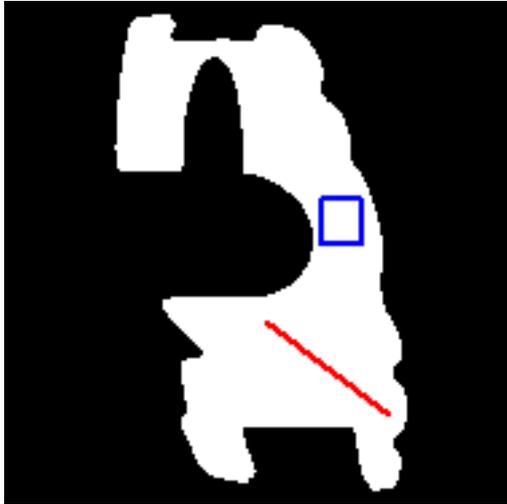


Abbildung 4.28: Skischnalle 90°, Grauwertverläufe



Abbildung 4.29: Skischnalle, API Volumen A - Thresholded und gefüllt



Abbildung 4.30: Skischnalle, API Volumen B - Combined und gefüllt



Abbildung 4.31: Skischnalle, API Volumen C - Furred und gefüllt

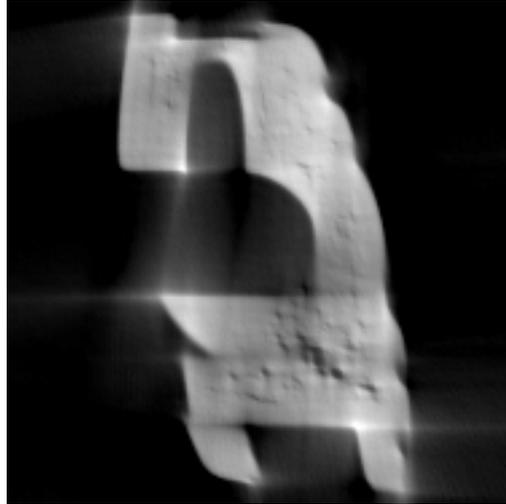


Abbildung 4.32: Skischnalle 90°, 3. Iteration, ohne API



Abbildung 4.33: Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen A



Abbildung 4.34: Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen A und SLK



Abbildung 4.35: Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen B



Abbildung 4.36: Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen B und SLK

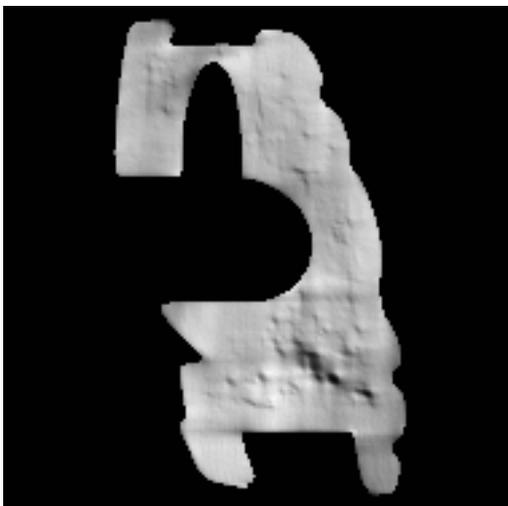


Abbildung 4.37: Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen C

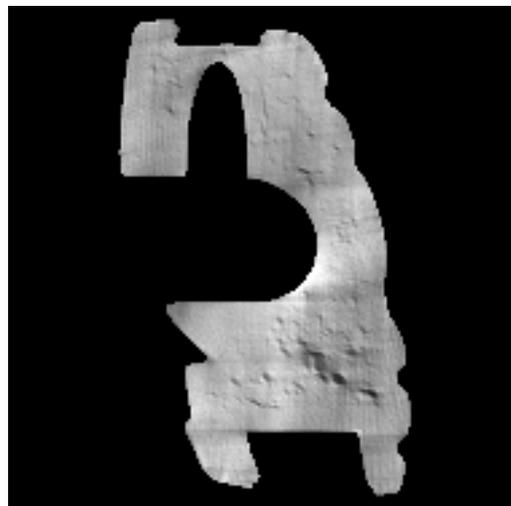
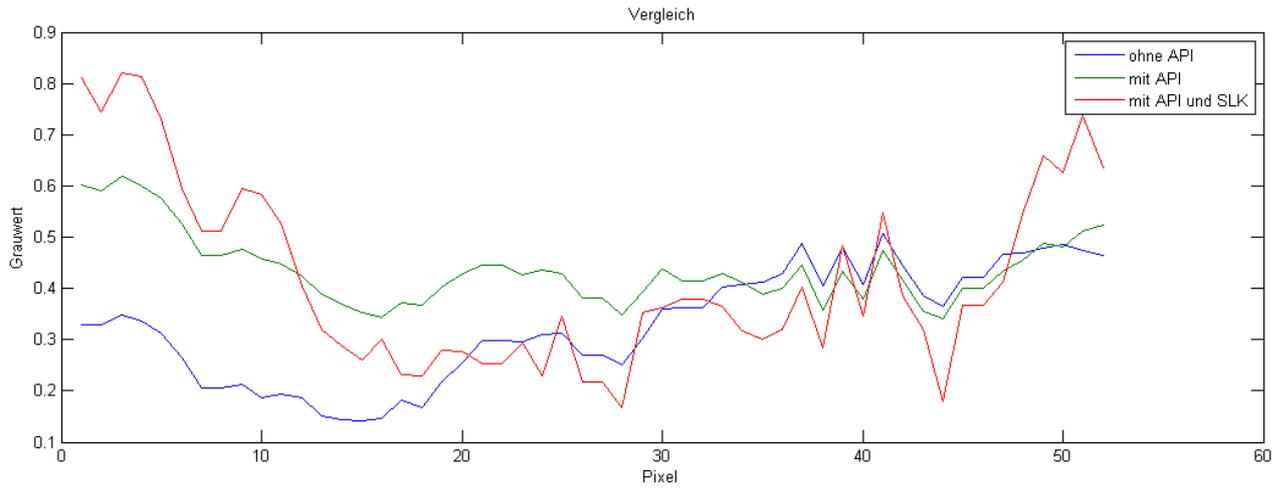
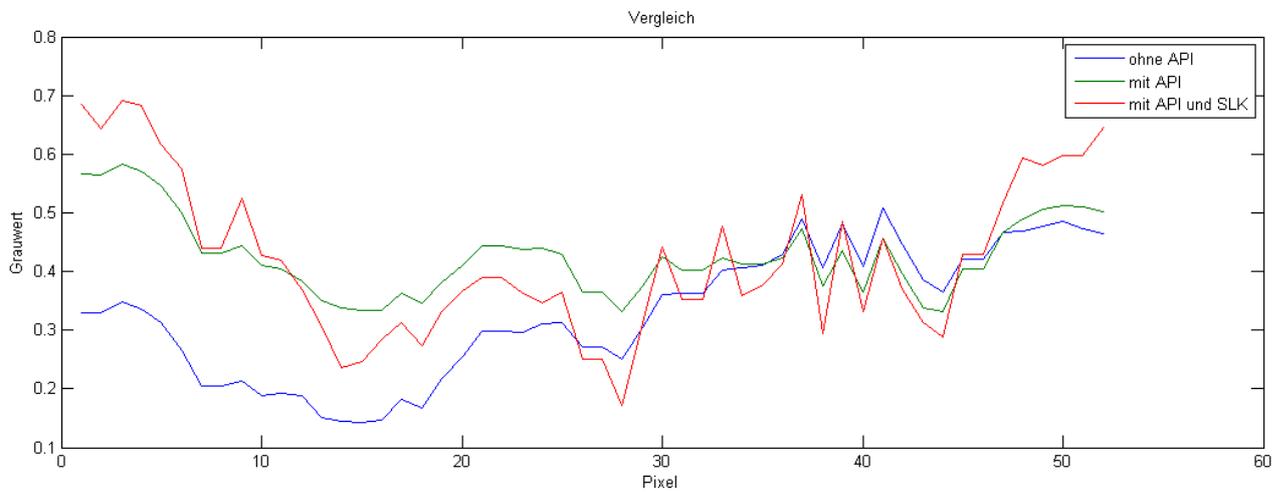


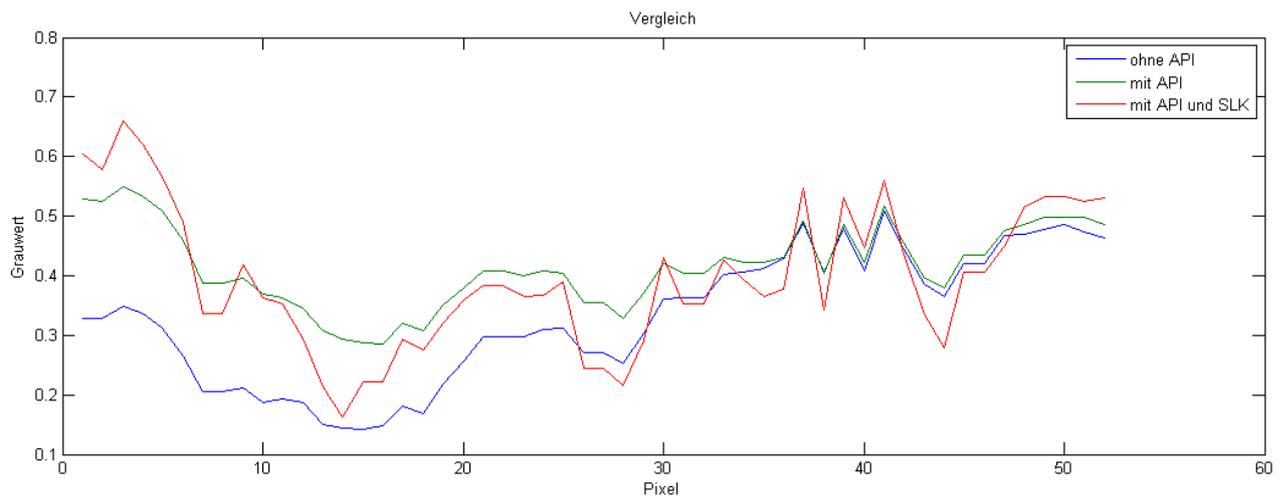
Abbildung 4.38: Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen C und SLK



(a) Skischnalle 90°, 3. Iteration, Grauwertverlauf Porenbereich, API Volumen A



(b) Skischnalle 90°, 3. Iteration, Grauwertverlauf Porenbereich, API Volumen B



(c) Skischnalle 90°, 3. Iteration, Grauwertverlauf Porenbereich, API Volumen C

Abbildung 4.39: Skischnalle 90°, 3. Iteration, Grauwertverlauf, API Volumen

SK	APV	Min	Max	μ	σ
-	A	0	1,02015	0,545217	0,402371
+	A	0	1,66113	0,648087	0,494767
-	B	0	1,06947	0,540801	0,37218
+	B	0	1,483	0,66421	0,452207
-	C	0	0,985057	0,55869	0,353941
+	C	0	1,31183	0,630187	0,387589

Tabelle 4.7: Skischnalle 90°, Linienprofil, statistische Auswertung

SK	APV	Min	Max	μ	σ	SNR
-	A	0,481957	0,728907	0.576597	0.0446058	12.926
+	A	0,347579	1,01166	0.691502	0.103518	6.680
-	B	0	0,82689	0.544134	0.112566	4.833
+	B	0	0,881733	0.595254	0.128916	4.617
-	C	0,43356	0,577636	0.521889	0.0291822	17.883
+	C	0,412633	0,760566	0.596242	0.0492158	12.114

Tabelle 4.8: Skischnalle 90°, homogener Bereich, statistische Auswertung

Auswertung

Ein Blick auf die SART Rekonstruktion ohne a priori Information (Abb. 4.29) nach 3 Iterationen zeigt direkt den Einfluss des fehlenden 270° Winkelbereiches. Die Rekonstruktion ist verzerrt und weist diverse strahlenförmige Kantenartefakte auf. Die halbkreisförmige Rundung im Inneren der Skischnalle wird eher als Viertelkreis wiedergegeben. Poren innerhalb des Materials sind nur schwer zu erkennen. Benutzt man API-SART in Verbindung mit APV A (Abb. 4.29), (Abb. 4.29) so wird die Kontur des Objektes genau rekonstruiert, auch die Rundung erhält ihre ursprüngliche Gestalt. Der Kontrast zwischen Material und Poren verschlechtert sich jedoch stark, sodass in dieser Hinsicht die normale SART der API-SART Rekonstruktion überlegen ist. Eine zusätzliche Strahllängenkorrektur führt bei APV A (Abb. 4.29), wie bereits im Falle der reduzierten Projektionsanzahl bei vollem Winkelbereich, zu inakzeptablen Artefakten und starken Dichteschwankungen in eigentlich homogenen Bereichen. Dies spiegelt sich auch im Signal-Rausch-Abstand, der ohne SLK fast doppelt so hoch ist, als mit SLK.

Bessere Resultate ergeben sich mit APV B (Abb. 4.29). Hier wurde - im Gegensatz zum vorherigen Einsatz bei reduzierter Projektionsanzahl - nach der Rekonstruktion der nicht auch im Closingbereich enthaltene Openingbereich auf 0 gesetzt. Dadurch wurde die Skischnalle jedoch teilweise zu stark beschnitten, direkt ersichtlich beispielweise in der unterbrochenen Verbindung im oberen Bereich. Der Kontrast bleibt im Falle von API-SART (Abb. 4.29) gering, erhöht sich bei API-SART+SLK (Abb. 4.29) allerdings signifikant. Der Signal-Rausch-Abstand ist in beiden Fällen vergleichbar. Auch hier gilt wie bereits beschrieben, dass die Combining Variante zur Erzeugung von a priori Volumen bezüglich der abzuschneidenden Bereiche überarbeitet werden muss.

Auch in diesem Anwendungsfall erhält man mit APV C (Abb. 4.29) die besten Ergebnisse. Betrachtet man die Grauwertverläufe entlang der roten Linie durch die Porenansammlung (Abb. 4.29), so erkennt man wieder den höheren Kontrast bei Verwendung der Strahllängenkorrektur (Abb. 4.29) verglichen mit API-SART (Abb. 4.29). Der Signal-Rausch-Abstand im homogenen Bereich liegt deutlich höher als bei den API Volumen A und B. Aufgrund des stärkeren Rauschens mit SLK ist der betreffende Wert mit 12.1 gegenüber 17.9 ohne Strahllängenkorrektur etwas schlechter. Da sich das Rauschen strukturiert und nicht komplett zufällig manifestiert,

stellt es in Kombination mit dem höheren Kontrast bei Verwendung der Strahllängenkorrektur kein Problem dar.

Zusammenfassung

Die Ergebnisse der vorherigen Untersuchung bestätigen sich auch im Falle der 90° Swing Lamino-graphie Abtastung. Ein Furring a priori Volumen (Abb. 4.29) liefert deutlich bessere Rekonstruktionen als ein nur binarisiertes a priori Volumen (Abb. 4.29). Ebenso wirkt sich eine zusätzliche Strahllängenkorrektur sehr günstig auf den Kontrast zwischen Material und Defekten aus. Die Verzerrung der Defekte in Durchstrahlungsrichtung kann aufgrund der fehlenden Daten zwar nicht kompensiert werden, durch die erreichten Konstrastverbesserungen lassen sich diese Fehler aber deutlich besser analysieren, als es ohne die Verwendung von a priori Information der Fall ist.

Kapitel 5

Region of interest

In der CT ist es notwendig, dass das zu untersuchende Objekt unter jedem Winkel vollständig auf den Detektor projiziert wird, da sonst abgeschnittene Daten (*truncated projections*) vorliegen und die Rekonstruktion unter starken Artefakten und geringem Kontrast leidet. Trotzdem ist oft nur ein gewisser Bereich des Objektes auf dem Detektor abbildbar, entweder weil aus Gründen der Vergrößerung sonst die gewünschte Detailauflösung nicht gegeben wäre oder weil die physikalische Größe des Detektors nicht ausreicht, um das Objekt vollständig zu erfassen. In diesen Fällen spricht man von Region of Interest (ROI) Rekonstruktionen, das heißt man kann nur einen Bereich des Objektes, aber nicht das ganze Objekt, rekonstruieren. Um die dabei auftretenden Artefakte zu kompensieren sind ROI-Korrekturverfahren zwingend notwendig.

5.1 Region of interest Korrektur bei computerlaminographischen Geometrien

Die üblicherweise mit computerlaminographischen Methoden untersuchten Objekte sind vorwiegend von planarer Gestalt, d.h., das Verhältnis von Grundfläche zu Höhe ist sehr groß. Um mit hoher Auflösung an solchen Objekten interessierende Bereiche zu rekonstruieren ist meist eine ROI Rekonstruktion notwendig, bei der nur ein Ausschnitt abgebildet wird. Dies führt zu starken Randartefakten im Rekonstruktionsvolumen, die gleichzeitig einen Abfall der Grauwerte im Volumenzentrum auslösen und dadurch den Kontrast sehr stark reduzieren. Ein Ansatz für den einfachen Fall der Elektronenmikroskop CT bei der Parallelstrahlgeometrie vorliegt, findet sich in [54]. Unter der Annahme, dass das Rekonstruktionsvolumen nur einen Ausschnitt aus dem Objekt wiedergibt und sich das Objekt außerhalb des ROI Volumens homogen fortsetzt, lässt sich ein multiplikativer Korrekturfaktor für jeden Strahl berechnen. Dieser hängt von der Länge des Strahls im Volumen ab, sowie der Länge des Strahls zwischen den das Volumen eingrenzenden Ebenen. Werden nur wenige Voxel von einem Strahl getroffen, der aber gleichzeitig durch einen Bereich des Objektes verläuft, welcher nicht im Volumen abgebildet wird, so werden diese Voxel mit einem geringen Faktor gewichtet. Im Inneren des Objektes, in dem die Summe der Strahllängen innerhalb der getroffenen Voxel genau der Gesamtstrahllänge des Strahls zwischen den eingrenzenden Ebenen entspricht, beträgt der Korrekturfaktor 1. Dadurch wird sichergestellt, dass nur Bereiche des Volumens korrigiert werden, in denen Strahlen verlaufen, deren Absorption nicht komplett durch Volumenvoxel dargestellt werden können. Für den allgemeinen laminographischen Fall muss dieses Modell aufgrund der divergenten Strahlausbreitung angepasst werden. Anstelle eines zeilenweisen Korrekturfaktors, wie in der Parallelstrahlgeometrie, ist es notwendig, für jeden einzelnen Strahl einen separaten Faktor zu berechnen. Die Beschränkung auf Objekte, welche durch zwei parallele Ebenen modelliert werden können, lässt sich durch eine Verallgemeinerung ersetzen, bei der die umgebenden Ebenen beliebige Oberflächen sein können.

Definition 5.1. Region of interest Korrektur

Seien p_{end} und $p_{start} \in \mathbb{R}^3$ die Schnittpunkte des Strahls p mit den x -, y -, und z -Ebenen parallel zu den Volumenaußenflächen und seien w_n die Durchstrahlungslängen in den von p getroffenen Voxeln v_n , dann sind

$$l_G = p_{end} - p_{start}, \quad l_V = \sum_{n=1}^N w_n, \quad l_{\bar{V}} = l_G - l_V$$

Damit definiert sich der ROI-Korrekturfaktor k^{ROI} für alle Voxel entlang p als

$$k^{ROI} = \frac{l_V}{l_G}$$

Zusätzlich erfolgt die Gewichtung nicht über die Summe der Gewichte w_{in} im Volumen, sondern durch die Gesamtstrahlänge im Objekt l_G . Strahlen die das gesamte Objekt durchlaufen werden daher nicht verändert, nur Strahlen, Dies führt zu einem ROI-korrigierten SART Verfahren :

Definition 5.2. SART mit Region of interest Korrektur (ROI-SART)

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{i \in P_\varphi} \left(\frac{k_i^{ROI} p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{w_{in} \neq 0} \right) w_{ij}}{\sum_{i \in P_\varphi} w_{ij} k_i^{ROI}}$$

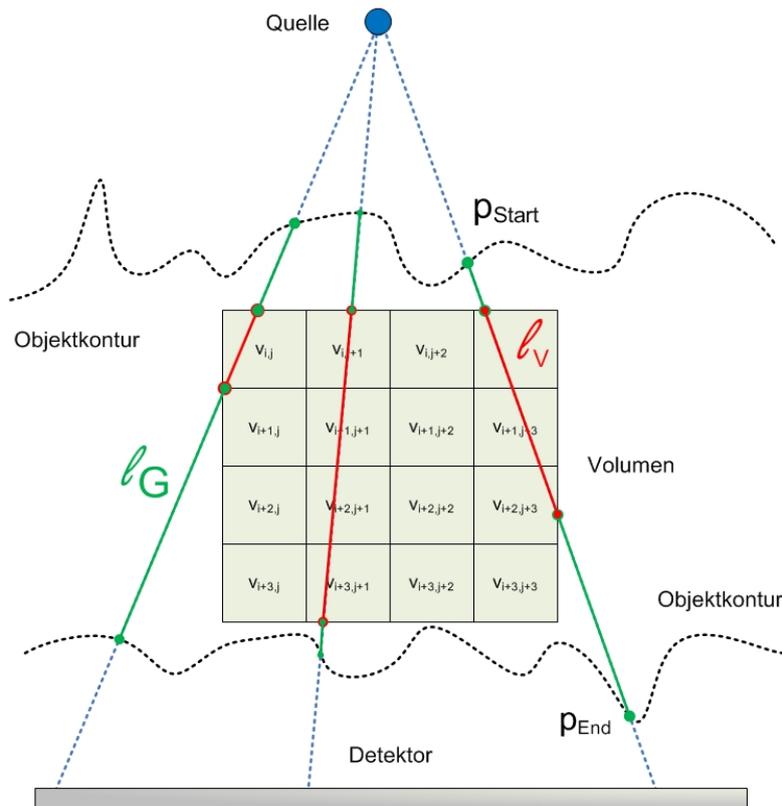


Abbildung 5.1: ROI Korrektur für Laminographie

5.1.1 Numerische Ergebnisse

Zur Untersuchung der Nützlichkeit der geometrischen ROI-Korrektur auf Strahllängenbasis werden drei typische Testobjekte untersucht : eine Platte aus faserverstärktem Kunststoff mit Legefehler, ein dünnes Werkstück aus Thermoplast und ein Ausschnitt einer Autoinnenverkleidung aus Polyurethan. Die Aufnahmen wurden unter realen Bedingungen mit der CLARA Laminographieanlage im IZFP aufgenommen. Die Rekonstruktionen wurden mit jeweils 3 Iterationen SART bzw. ROI-SART berechnet und sind 512^3 Voxel groß.

Datensatz 9. *Thermoplast*

Objekt : Platte aus Thermoplast

DSO / DSD / Vergrößerungsfaktor : 120 / 2020 mm / x 15.8

Projektionsanzahl : 400

Projektionsdimension : 2048 x 2048 Pixel

Laminographiewinkel : 45°

Geometrie : CLARA

Datensatz 10. *FVK*

Objekt : Platte aus faserverstärkten Kunststoffen mit Legefehler

DSO / DSD / Vergrößerungsfaktor : 120 / 2020 mm / x 15.8

Projektionsanzahl : 400

Projektionsdimension : 2048 x 2048 Pixel

Laminographiewinkel : 30°

Geometrie : CLARA

Datensatz 11. *PUR*

Objekt : Platte aus verschiedenen Lagen Polyurethan

DSO / DSD / Vergrößerungsfaktor : 120 / 2020 mm / x 15.8

Projektionsanzahl : 400

Projektionsdimension : 2048 x 2048 Pixel

Laminographiewinkel : 45°

Geometrie : CLARA



Abbildung 5.2: Computerlaminographie-Anlage CLARA, Innenansicht

5.1.1.1 Faserverstärkte Kunststoffe

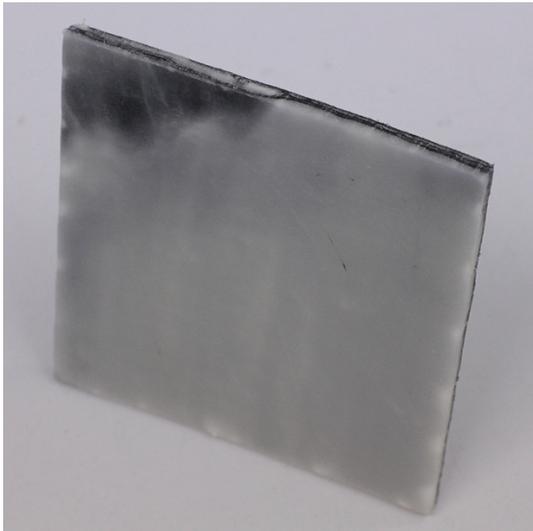


Abbildung 5.3: FVK

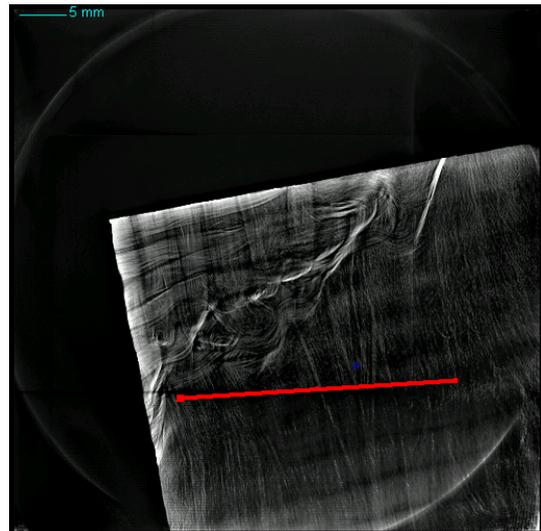


Abbildung 5.4: FVK, Linienprofil

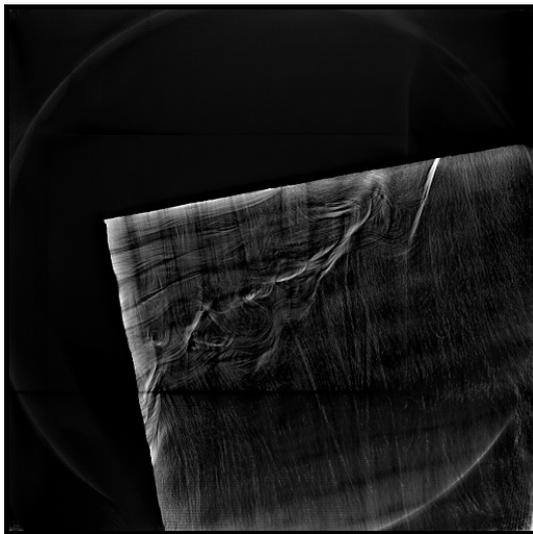


Abbildung 5.5: FVK ROI, ROI Rekonstruktion, SART 3. Iteration

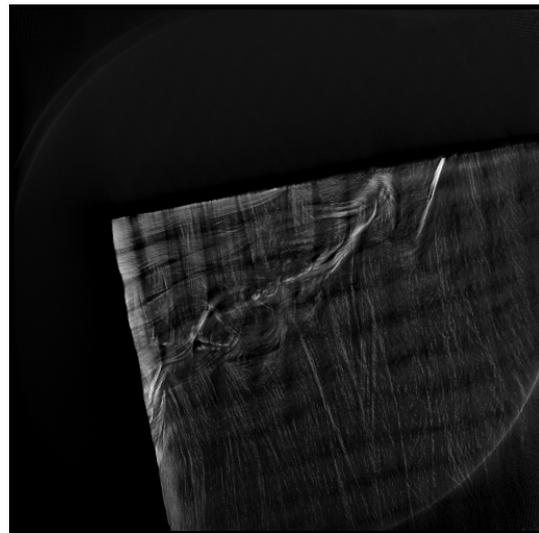


Abbildung 5.6: FVK ROI, ROI Rekonstruktion, SART mit ROI Korrektur, 3. Iteration

Korrektur	Min	Max	μ	σ	SNR
-	0	0,139737	0.019940	0.0237776	0.838
+	0,012729	0,089610	0.034236	0.012799	2.674

Tabelle 5.1: SART Rekonstruktionen mit/ohne ROI-Korrektur, FVK, Grauwertprofil entlang der roten Linie

Auswertung

Bei dem ersten Testobjekt handelt es sich um eine circa 1 cm dicke Platte aus faserverstärkten Kunststoff (FVK). Das Objekt besteht aus einem Lagenbereich Wirrfaser und einem Lagenbereich eines bidirektionalen Geflechts. Auffällig ist dabei ein Produktionsfehler während des Legeprozesses, der sich in der oberen linken Ecke der FVK Platte zeigt. Hierbei handelt es sich um einen Ondolationsfehler, der entsteht, wenn die verschiedenen GFK Lagen nicht korrekt miteinander verwoben werden. Betrachtet man die Rekonstruktion, so erkennt man, dass das Objekt bei der Messung nicht vollständig auf dem Detektor abgebildet wurde, sondern nur eine Ecke wiedergegeben wird. Dies führt zu einer Region of Interest Rekonstruktion, da nur Daten über einen Ausschnitt des zu untersuchenden Objektes vorliegen. Benutzt man zur Rekonstruktion das Standard SART Verfahren (Abb. 5.5) ohne Anpassungen, so zeigt sich entlang der roten Linie in der Mitte der Platte ein Bereich, der dunkler als das umgebende Material rekonstruiert wird, obwohl die Dichte konstant sein sollte. Untersucht man die beiden unteren Ecken des Bildes, so zeigen sich helle Artefaktbereiche, die durch das plötzliche Abschneiden des Objektes durch die Volumengrenzen entstehen. Diese typischen ROI Artefakte sind auf die iterative Struktur des SART Verfahrens - Vorwärtsprojektion, Korrekturberechnung, Rückprojektion - zurückzuführen. Der Algorithmus versucht die artefaktbehafteten Voxel zu hoher Dichte durch Voxel zu niedriger Dichte zu kompensieren, um damit die Gesamtabsorption durch das Volumen zu erhalten. Benutzt man zur Rekonstruktion ROI-SART (Abb. 5.6) statt SART, korrigiert also die falschen Dichtewerte, welche durch die ROI Messung entstehen, so zeigt sich eine deutliche Homogenisierung in dem betreffenden Bereich. Die beiden unteren Bildecken sind artefaktfrei und der zentrale abgedunkelte Bereich zeigt die korrekte Dichte des Umgebungsmaterials. Direkt ersichtlich wird dies zusätzlich bei der Betrachtung des entsprechenden Grauwertverlaufes (Abb. 5.15 (a)) entlang der roten Linie. Die SART Rekonstruktion (blaue Kurve) zeigt zwischen Pixel 40 und 120 Grauwerte, die fast bis auf 0 sinken, während die ROI-SART Rekonstruktion durchgängig stabile Werte zeigt. Die Statistik bestätigt dies ebenso. Ohne ROI-Korrektur ist der minimale Grauwert entlang des roten Linienprofils 0, was der Dichte von Luft entspricht und somit im Inneren des Materials nicht vorkommen kann. Mit ROI-Korrektur wird ein Minimum von circa einem Drittel der mittleren Dichte erreicht, was aufgrund der Gelegestruktur des FVK Materials sinnvoll ist. Zusätzlich ist bei SART der Abstand zwischen minimalem und maximalem Grauwert circa sechsmal so groß wie der Mittelwert, wohingegen der Abstand bei ROI-SART weniger als doppelt so hoch ausfällt, wie der Mittelwert. Dies hat auch zur Folge, dass die Streuung ohne ROI-Korrektur doppelt so stark ausgeprägt ist, wie im unkorrigierten Fall und damit auch der Vergleich der Signal-Rausch-Abstände klar eine ROI-Korrektur befürwortet.

5.1.1.2 Thermoplast



Abbildung 5.7: Thermoplast



Abbildung 5.8: Thermoplast, Linienprofil

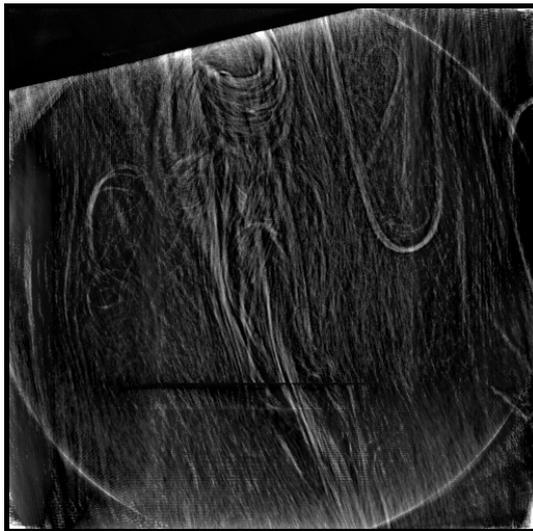


Abbildung 5.9: Thermoplast, ROI Rekonstruktion, SART 3. Iteration

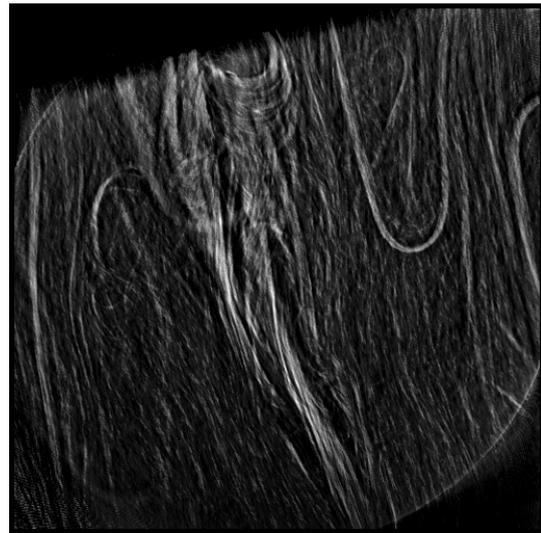


Abbildung 5.10: Thermoplast, ROI Rekonstruktion, SART mit ROI Korrektur, 3. Iteration

Korrektur	Min	Max	μ	σ	SNR
-	0	0,175620	0.044316	0.037479	1.182
+	0,010070	0,081908	0.031685	0.014488	2.186

Tabelle 5.2: SART Rekonstruktionen mit/ohne ROI-Korrektur, Thermoplast, Grauwertprofil entlang der roten Linie

Auswertung

Bei dem zweiten Testobjekt handelt es sich um eine 5 mm dünne Platte aus langfaserverstärktem Thermoplast. In der Rekonstruktion sind einzelne Faserbündel deutlich erkennbar. Wie im ersten Beispiel handelt es sich um eine ROI-Rekonstruktion mit deutlich eingeschränktem Bereich. Außer einem kurzen Kantenabschnitt im oberen Bereich sind sämtliche Volumengrenzen im Inneren des Objektes gelegen. Dadurch verstärken sich die bereits beschriebenen ROI Artefakte deutlich. Inspiziert man die unkorrigierte SART Rekonstruktion (Abb. 5.9), so erkennt man neben dem bereits bekannten dunkleren Bereich in der unteren Mitte des Bildes außerdem kontrastarme Bereiche am linken und rechten Bildrand. Links ist ein Faserbündel zu sehen, das in der Mitte gut sichtbar ist, im weiteren Verlauf nach oben und unten aber fast nicht mehr erkennbar ist. Im Vergleich dazu lässt sich das entsprechende Faserbündel in der ROI-SART Rekonstruktion (Abb. 5.10) klar und deutlich über den gesamten Verlauf mit gleichbleibender Dichte erkennen. Einen ähnlichen Effekt sieht man an der rechten Bildkante. Dort befindet sich eine durch den Bildrand abgeschnittene Faserbündelschleife, die im unkorrigierten Bild ebenfalls stark in der Dichte schwankt. Die artefaktbehafteten Bildecken unten, sowie rechts oben, werden durch die ROI-Korrektur abermals kompensiert. Die anscheinend ausgefranzte Plattenkante im oberen Bildbereich in der ROI-SART Rekonstruktion beruht auf der Kontrasteinstellung des Bildes und erscheint bei entsprechender Parameterwahl glatt. Verfolgt man die Grauwerte entlang des roten Linienprofils (Abb. 5.15 (b)), so erkennt man zwischen Pixel 60 und 65 deutlich einen Bereich des Wertes 0, was wiederum physikalisch einer luftgefüllten Pore entspräche, welche aber nicht vorhanden ist. In der korrigierten Rekonstruktion hingegen bewegen sich die Werte in diesem Intervall auf dem erwarteten Niveau des Umgebungsmaterials. Auch in der statistischen Auswertung zeigt sich bei der Benutzung von SART ein minimaler Grauwert von 0, wohingegen ROI-SART einen Minimumwert von knapp einem Drittel der mittleren Dichte aufweist. Analog zu dem Beispiel der FVK Platte ist die Streuung in der SART Rekonstruktion doppelt so hoch, wie in der ROI-SART Rekonstruktion. Die Differenz der Extremwerte in μ beträgt ohne ROI-Korrektur knapp 4, während die korrigierte Version einen Wert von circa 2 aufweist. Das Signal-Rausch-Verhältnis unterscheidet sich ebenfalls um einen Faktor 2 zugunsten der ROI-korrigierten Rekonstruktion.

5.1.1.3 PUR



Abbildung 5.11: PUR

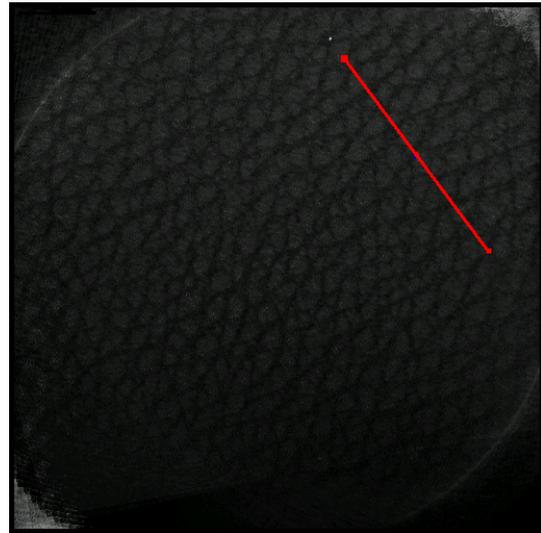


Abbildung 5.12: PUR, Linienprofil

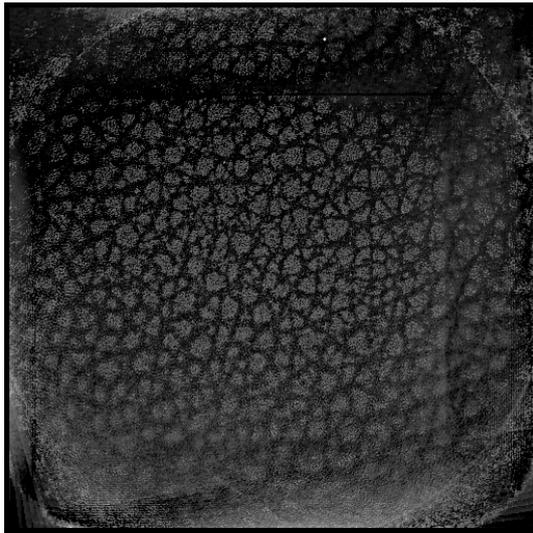


Abbildung 5.13: PUR, ROI Rekonstruktion, SART 3. Iteration

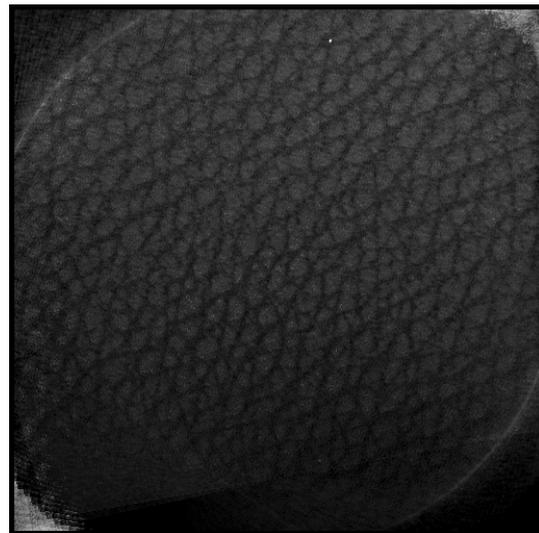


Abbildung 5.14: PUR, ROI Rekonstruktion, SART mit ROI Korrektur, 3. Iteration

Korrektur	Min	Max	μ	σ	SNR
-	0	0,089704	0.014277	0.013936	1.024
+	0,011504	0,036003	0.021935	0.004702	4.665

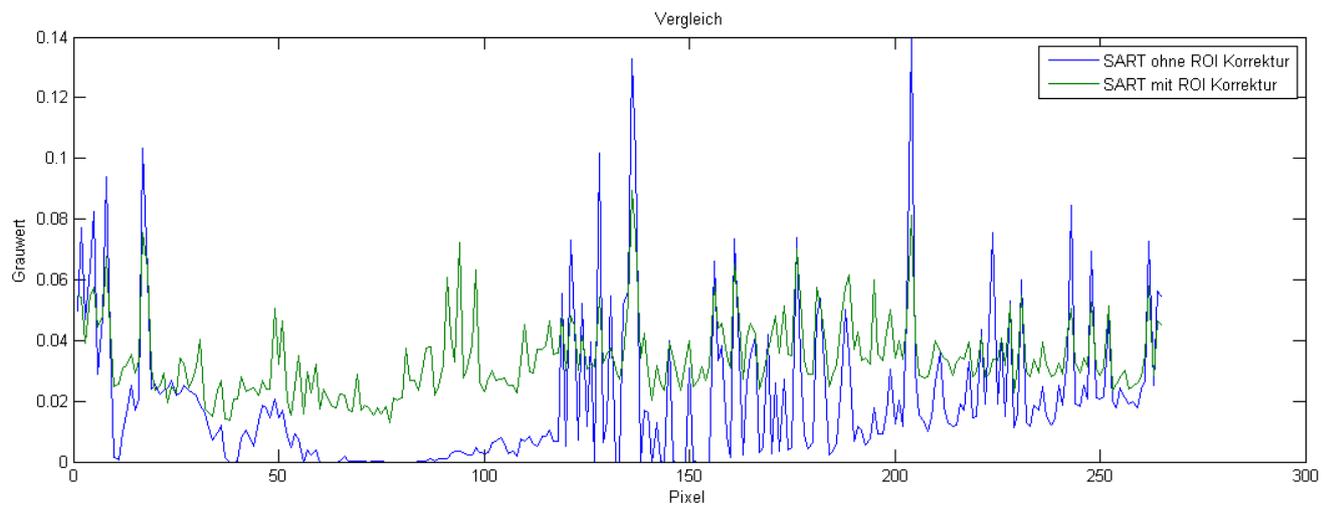
Tabelle 5.3: SART Rekonstruktionen mit/ohne ROI-Korrektur, PUR, Grauwertprofil entlang der roten Linie

Auswertung

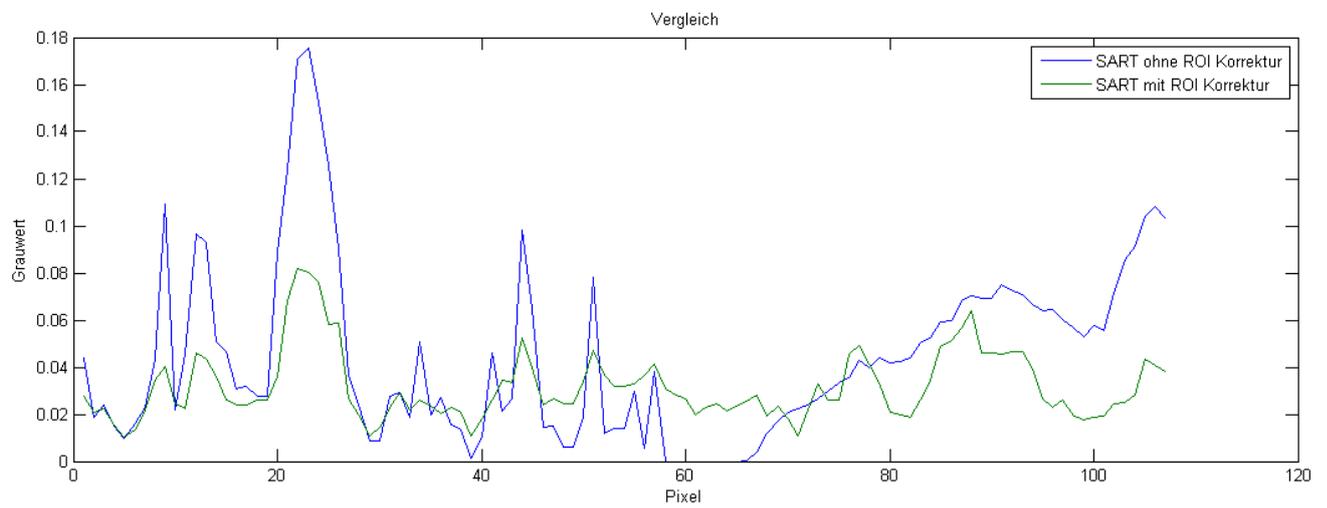
Als letztes Testobjekt dient ein Stück einer Automobillinnenverkleidung, das hauptsächlich aus Polyurethan (PUR) besteht. Das Objekt ist aus mehreren Schichten aufgebaut, wobei die feine Struktur der Oberfläche genauer untersucht wird. Die Rekonstruktion mit SART (Abb. 5.13) zeigt wie bereits an den vorherigen Beispielen gesehen, einen dunkleren Bereich niedrigerer Dichte in der Umgebung des hellen punktförmigen Einschlusses. Ist die Oberflächentexturierung in der restlichen Rekonstruktion relativ gut zu erkennen, so zeigt sich hier ein stark verringerter Kontrast. Betrachtet man die entsprechende Stelle in der ROI-SART Rekonstruktion (Abb. 5.14), so fallen keine Grauwertschwankungen ins Auge, die Struktur wird homogen wiedergegeben. Im Grauwertverlauf entlang des roten Profils (Abb. 5.15 (c)) zeigt sich dies ebenfalls. Zwischen Pixel 1 und 60 verläuft die blaue Kurve der SART Rekonstruktion sehr flach und nahe bei 0, um dann ab Pixel 60 starke Spitzen aufzuweisen. Die grüne ROI-SART Kurve verläuft hingegen über die gesamte Länge auf einem gleichbleibenden Niveau, was dem tatsächlichen Verlauf durch homogenes Material entspricht. Betrachtet man die Extremwerte, so zeigt sich wiederum ein Minimum von 0 ohne ROI-Korrektur, entgegen dem Minimum von 0.011504 bei ROI-SART, was ungefähr der halben mittleren Dichte entspricht. Die Streuung ist bei SART fast dreimal so hoch wie bei ROI-SART, die Differenz der Extremwerte in Einheiten der mittleren Dichte sogar sechsmal so hoch. Dies führt zu einem starken Unterschied im Signal-Rausch-Verhältnis, unkorrigiert wird ein schlechter Wert von fast 1 erreicht, wohingegen die ROI-Korrektur die Qualität klar und deutlich auf 4.665 steigert.

Zusammenfassung

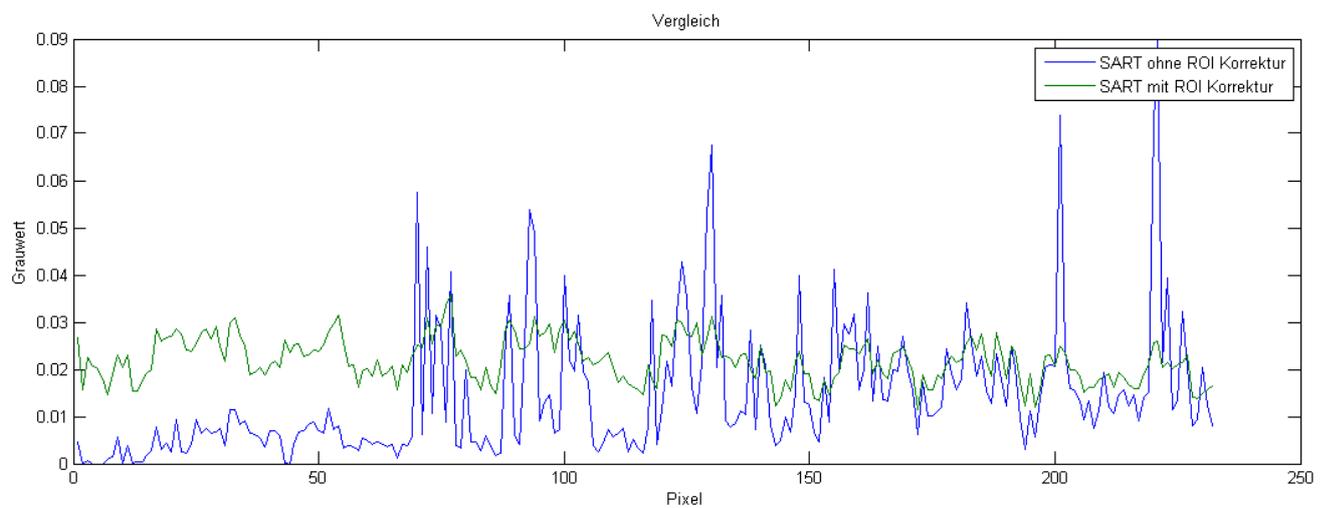
Insgesamt zeigt sich in allen drei untersuchten Objekten eine signifikante Verbesserung der Rekonstruktion, wenn ein ROI-korrigiertes SART Verfahren verwendet wird. Problematische dunkle Bereiche innerhalb des Volumens, die auf einen Dichteunterschied schließen lassen, welcher im homogenen Material nicht existiert, werden zuverlässig kompensiert. Dadurch verbessert sich auch der Kontrast, was eine Fehlerdetektion und Auswertung spürbar erleichtert. Die ROI-Korrektur erfordert im einfachsten Fall von relativ planaren Objekten nur geringes Vorwissen über die Objektdicke. Bei geeigneter Positionierung während der Messung kann dies durch eine entsprechende Wahl der Volumengröße implizit berücksichtigt werden. Objekte mit komplexerer Geometrie sollten bei der ROI-Korrektur auf CAD Modelle als a priori Information zurückgreifen, um eine entsprechende Qualität der Korrektur zu gewährleisten. Die Beschränkung auf Objekte aus einem einzigen Werkstoff oder aus Materialien nur geringfügig unterschiedlicher Dichte, wie z.B. Kunststoffe, bleibt bei dieser rein auf geometrischen Überlegungen beruhenden ROI-Korrektur allerdings bestehen. Liegen neben den geometrischen Daten zusätzlich Daten über die Dichte des Objektes vor, beispielsweise in Form einer groben Rekonstruktion, welche das gesamte Objekt umfasst, so kann dies in eine komplexere ROI-Korrektur integriert werden.



(a) FVK, 3. Iteration, Grauwertverlauf



(b) Thermoplast, 3. Iteration, Grauwertverlauf



(c) PUR, 3. Iteration, Grauwertverlauf

Abbildung 5.15: Vergleich SART mit/ohne ROI Korrektur, Grauwertverläufe

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

Die Substitution des 2D-ART-Verfahrens durch einen 3D-SART-Algorithmus hat die Rekonstruktionsqualität stark verbessert. In Kombination mit einer Überabtastung der Projektionen in der Reonstruktion konnten Aliasing-Artefakte in resultierenden Volumen signifikant unterdrückt werden.

Liegen nur wenige Projektionen aus einem 360° Winkelbereich vor, etwa weil aufgrund der Beschaffenheit des Prüfobjektes die Messzeit sehr hoch ist oder eine hohe Prüftaktzahl erreicht werden muss, so haben sich zwei Ansätze als effektiv erwiesen : eine intrarekonstruktionale Volumenfilterung und die Verwendung von a priori Information. Durch zusätzliche, auf dem Volumen operierende, Filterschritte, die in den Rekonstruktionsprozess selbst integriert sind, wird ein qualitativ besseres Ergebnis erreicht als durch eine einmalige Postfilterung des Volumens. Als universell einsetzbare und robuste Wahl hat sich der Medianfilter erwiesen. Aufgrund der objektspezifischen Anforderungen an die Parameterwahl sind anisotrope Diffusionfilter in der industriellen Praxis schwieriger anzuwenden als der Medianfilter, könnten aber in Spezialfällen bei stark verrauschten Daten durch ihre Flexibilität möglicherweise günstigere Ergebnisse erzielen.

Für die Serienprüfung bietet sich die Verwendung einer defektfreien Referenzrekonstruktion des Prüfobjektes als Startvolumen an. Dadurch kann die Anzahl der notwendigen Projektionen der im folgenden serienmäßig untersuchten Prüfobjekte gleichen Typs deutlich reduziert werden, da die Struktur des Objektes bereits gegeben ist und nur die gegebenenfalls vorhandenen Defekte hineinrekonstruiert werden.

Für den Fall eines eingeschränkten Winkelbereiches empfiehlt sich eine zusätzliche a priori Gewichtung während der Rekonstruktion. Aus CAD Daten oder Referenzrekonstruktionen aus vollen Daten lässt sich mit Hilfe morphologischer Operatoren ein Gewichtungsvolumen bestimmen. Die bisher benutzte Methode der einfachen Schwellwertbinarisierung wurde durch das effektivere Furring-Verfahren ersetzt, das die Dichteartefakte in der resultierenden Rekonstruktion eliminiert. Gleichzeitig wurde das einfache Modell der multiplikativen Zusatzgewichtung, das zu falsch berechneten Strahlsummen und damit falsch berechneten Dichtewerten führt durch die Einführung einer Strahllängenkorrektur berichtigt. In Kombination mit Furring konnte dadurch eine signifikante Kontrastverbesserung in der resultierenden Rekonstruktion erreicht werden.

Besonders in der Computerlaminographie auftretende ROI-bedingte Artefakte wurden mittels eines geometrisch berechneten Korrekturfaktors deutlich reduziert. Dichteschwankungen in homogenen Bereichen lassen sich damit unter gewissen Voraussetzungen eliminieren.

6.2 Ausblick

6.2.1 Parallelisierungspotential

Die aktuelle Version der vorgestellten Algorithmen wurden auf CPU implementiert mit Fokus auf Übersichtlichkeit und Modularität. Eine explizite Parallelisierung im Code selbst wurde nicht vorgenommen. Durch die C++ Compilerschalteroption `#pragma omp parallel`, lässt sich die in Visual Studio integrierte Multicoptimierung einschalten, welche die resultierende .exe Datei als automatisch auf allen zur Verfügung stehenden Kernen auszuführen kompiliert. Natürlich ist dies nur eine behelfsmäßige Optimierung, da die Umstrukturierung des Codes an sich das meiste Parallelisierungspotential birgt, davon aber prinzipiell unberührt bleibt.

Aufgrund der sehr langen Rechenzeiten, insbesondere für die a priori Algorithmen, liegt die Portierung der Verfahren von CPU auf GPU (Graphics Processing Unit) nahe. Durch den gut parallelisierbaren Aufbau des SART Verfahrens ist eine effiziente Auslastung der GPU und damit eine signifikante Beschleunigung der Rechenzeit erreichbar [53]. Allerdings ist neben der rein algorithmischen Umformulierung hin zu paralleleren Verfahren auch eine möglichst hardware-nahe Implementierung zu beachten. Dadurch wird der Code mit zunehmender GPU-spezifischer Optimierung schwieriger zu verstehen und zu erweitern. Für das Testen von neuen Ideen und Hinzufügen von zusätzlichen Optionen ist ein Basiscode auf CPU unerlässlich. Eine Portierung auf GPU ist dann sinnvoll, wenn das Verfahren aus rein algorithmischen Aspekten abgeschlossen ist und es anschließend um eine Steigerung der Geschwindigkeit geht. Das SART Verfahren ohne Verwendung von a priori Information wurde bereits im Rahmen der wissenschaftlichen Betreuung einer Bachelor- und Masterarbeit mittels CUDA auf GPU implementiert [31]. Eine GPU-Adaption der a priori Informationsvarianten erfordert aus Speicherplatzgründen ein tiefgehendes Redesign der CPU Algorithmik.

Ein Redesign des Codes hin zu einer explizit threadbasierten Formulierung würde die modernen Multi-Core / Hyper-Threading CPUs deutlich effizienter auslasten, als die bisherige compilerschalterbasierte Minimalparallelisierung. Denkbar wäre für die Vorwärtsprojektion eine Aufteilung des Detektors in n Teildetektoren, sodaß jeder der n Kerne nur einen separaten Teil der Gesamtprojektion bearbeitet. Eine Ebene darunter können dann die einzelnen Detektorpixel durch eigene Threads bearbeitet werden, wodurch eine hierarchische Aufteilung vorliegen würde. Ein entsprechendes Threadmanagement und eine Synchronisation des Speicherzugriffs vorausgesetzt, sollten sich dadurch deutliche Geschwindigkeitsvorteile gegenüber Single Core CPUs ergeben sollten.

6.2.2 Optimierungspotential

Optimierungspotential besteht prinzipiell in der Wahl der Basisfunktionen. Die vorliegenden Algorithmen benutzen die weit verbreitete Voxelbasis, für die es, größtenteils aus der Computergrafik, eine Vielzahl von Vor- und Rückprojektoren gibt. Interessant wäre eine Implementierung mit radial symmetrischen Kaiser-Bessel-Funktionen, den "blobs", die inhärente Anti Aliasing Eigenschaften besitzen. Dadurch könnte ggf. auch ein Oversampling des Detektors verzichtet werden und dadurch die Rechengeschwindigkeit stark erhöht werden. Allerdings würde das zu anderen Projektoren, z.B. Ray Splatting, und besonders hinsichtlich der GPU Implementierung zu neuen Speicherkonzepten führen.

6.2.3 A priori Information über Materialkomposition

Die entwickelten Algorithmen haben sich fast ausschließlich auf Vorwissen in geometrischer Form gestützt. Bisher unbeachtet geblieben ist die Kenntnis der Materialzusammensetzung der Prüfobjekte. Ob ein Testkörper aus einem einzigen Material besteht oder eine Komposition unterschiedlicher Stoffe darstellt, ist meist zumindest in Grundzügen vor der Inspektion bekannt. In

Kombination mit der Objektgeometrie könnte eine Zuordnung nicht nur in die Bereiche Material / Luft, sondern auch in mehrere Bereiche verschiedener Materialien erfolgen. Eine Verschachtelung der untersuchten a priori Verfahren zu einer mehrstufigen Rekonstruktion könnte einen Ansatz zur Lösung dieser Frage darstellen.

6.2.4 ROI-Korrektur

Die vorgestellte Korrektur für ROI-Artefakte basiert auf der Annahme homogenen Materials. Ist zusätzlich eine grobe Rekonstruktion des gesamten Objektes aus einer Messung mit geringerer Vergrößerung erhältlich, so kann man statt der bloßen Kontur des Objektes zusätzlich eine nach Material segmentierte Füllung vornehmen. Dies erlaubt eine komplexere Strahlgewichtung, da Unterschiede in der Materialdichte mit eingebunden werden können. Alternativ läßt sich das Grobvolumen des gesamten Objektes auch in den Rekonstruktionsprozess integrieren, sodaß Bereiche außerhalb des eigentlichen ROI Volumens durch das Grobvolumen zur Berechnung der Strahlsummen beitragen können. Hierzu ist allerdings eine genaue Registrierung der beiden Volumina nötig.

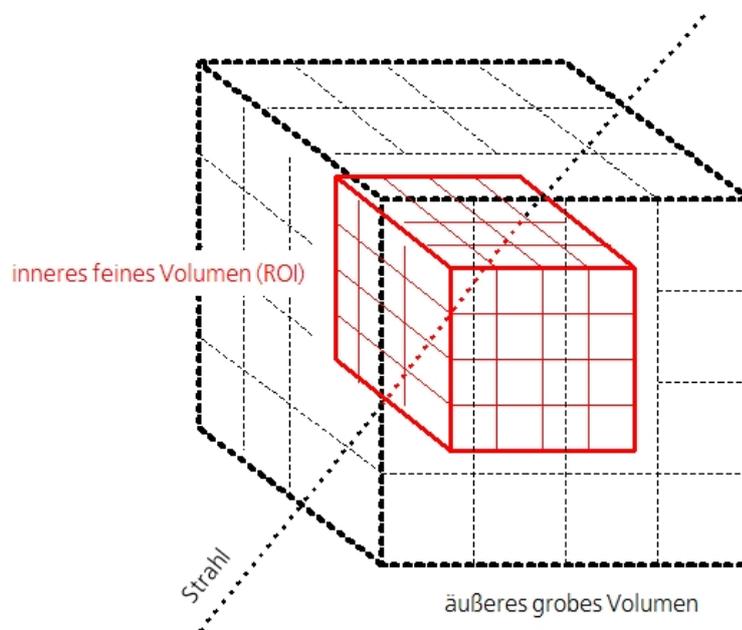


Abbildung 6.1: Region of interest Konzept

Abbildungsverzeichnis

1	CT-Geometrie	7
2	CL-Geometrie CLARA	7
1.1	2D Parallelstrahlgeometrie	11
1.2	2D Fächerstrahlgeometrie	13
1.3	Feldkamp-Verfahren	17
1.4	Tomosynthese, Aufnahmegeometrie	18
1.5	Tomosynthese, Überlagerung der einzelnen Projektionen	18
1.6	Kaczmarz Verfahren für zwei Gleichungen	20
1.7	Flussdiagramm ART	21
1.8	Flussdiagramm SART	22
2.1	Strahlen	26
2.2	Geometrie Limited angle / Swinglaminographie (Ansicht von oben)	27
2.3	EZRT-PP, 90° Swinglaminographie, SART, seitliche Ansicht	28
2.4	EZRT-PP, 90° Swinglaminographie, SART, frontale Ansicht	28
2.5	EZRT-PP, CT, SART, seitliche Ansicht	28
2.6	EZRT-PP, CT, SART, frontale Ansicht	28
2.7	Parallele Translationslaminographie (pTCL)	29
2.8	EZRT-PP, pTCL, SART, seitlich Ansicht	30
2.9	EZRT-PP, pTCL, SART, frontale Ansicht	30
2.10	Gegenläufige Translationslaminographie (gTCL)	30
2.11	EZRT-PP, gTCL, SART, seitliche Ansicht	31
2.12	EZRT-PP, gTCL, SART, frontale Ansicht	31
2.13	pRCL Geometrie mit festem Objekt	32
2.14	EZRT-PP, pRCL, Ectomographie, seitliche Ansicht	33
2.15	EZRT-PP, pRCL, Ectomographie, frontale Ansicht	33
2.16	pRCL Geometrie mit festem Detektor	34
2.17	pRCL Geometrie mit fester Quelle	34
2.18	EZRT-PP, CLARA, SART, seitliche Ansicht	36
2.19	EZRT-PP, CLARA, SART, frontale Ansicht	36
2.20	Planare Rotationslaminographie - Rekonstruierbarer Bereich	38
2.21	Getroffene Voxel bei typischer CLARA Geometrie, 30° Laminographiewinkel	38
2.22	Getroffene Voxel bei typischer CLARA Geometrie, 45° Laminographiewinkel	38
3.1	Schematischer Aufbau des DDA Verfahrens	40
3.2	Quadratisches Gitter	46
3.3	Quadratisches Gitter mit Oversampling 2	46
3.4	Quadratisches Gitter mit Jittering	47
3.5	Hexagonales Gitter	47
3.6	Würfelphantom, 3. Iteration, ART	49
3.7	Würfelphantom, 3. Iteration, ART jittered	49
3.8	Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2	49

3.9	Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 3	49
3.10	Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2 jittered	50
3.11	Würfelphantom, 3. Iteration, ART hexagonal	50
3.12	Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2 hexagonal	50
3.13	Würfelphantom, 3. Iteration, ART OS 2 hexagonal jittered	50
3.14	Würfelphantom, 3. Iteration, SART	51
3.15	Würfelphantom, 3. Iteration, SART OS 2	51
3.16	Würfelphantom, 3. Iteration, SART OS 3	51
3.17	Würfelphantom, binarisierte Darstellung, Auswertung entlang grünem Linienprofil und in rot umrandetem Bereich	51
3.18	3D-Darstellung Würfelphantom (rotiert)	56
3.19	Würfelphantom, 1. Iteration, ohne Filterung	57
3.20	Würfelphantom, 1. Iteration, Median Filterung	57
3.21	Würfelphantom, 1. Iteration, AD Filter, T=1	57
3.22	Würfelphantom, 1. Iteration, AD Filter, T=3	57
3.23	Würfelphantom, 5. Iteration, ohne Filterung	58
3.24	Würfelphantom, 5. Iteration, Median Filterung	58
3.25	Würfelphantom, 5. Iteration, AD Filter, T=1	58
3.26	Würfelphantom, 5. Iteration, AD Filter, T=3	58
3.27	Würfelphantom, volle Daten, Grauwertverlauf	60
3.28	Kunststoffrad	62
3.29	Kunststoffbauteil, 1. Iteration, ohne Filterung	63
3.30	Kunststoffbauteil, 1. Iteration, Median Filterung	63
3.31	Kunststoffbauteil, 1. Iteration, AD Filter, T=1	63
3.32	Kunststoffbauteil, 1. Iteration, AD Filter, T=3	63
3.33	Kunststoffbauteil, 5. Iteration, ohne Filterung	64
3.34	Kunststoffbauteil, 5. Iteration, Median Filterung	64
3.35	Kunststoffbauteil, 5. Iteration, AD Filter, T=1	64
3.36	Kunststoffbauteil, 5. Iteration, AD Filter, T=3	64
3.37	Kunststoffbauteil, volle Daten, Grauwertverlauf	66
3.38	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, ohne Filterung	68
3.39	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, Median Filterung	68
3.40	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, AD Filter, T=1	68
3.41	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 1. Iteration, AD Filter, T=3	68
3.42	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, ohne Filterung	69
3.43	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, Median Filterung	69
3.44	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, AD Filter, T=1	69
3.45	Kunststoffbauteil, reduzierter Datensatz, 5. Iteration, AD Filter, T=3	69
3.46	Kunststoffbauteil, Feldkamp Rekonstruktion	70
3.47	Kunststoffbauteil, wenige Daten, Feldkamp Rekonstruktion	70
3.48	Kunststoffbauteil, 10. Iteration, ohne Filterung, zusätzliche Medianfilterung NACH Rekonstruktion	70
3.49	Kunststoffrad, wenige Daten, 10. Iteration, Median Filterung, zusätzliche Median- filterung NACH Rekonstruktion	70
3.50	Kunststoffbauteil, 10% Daten, Grauwertverlauf	72
4.1	Würfelphantom ohne Defekte, 200 Winkel, 3. Iteration	77
4.2	Würfelphantom mit Defekten, Binarisierte Darstellung, Auswertung entlang rotem Linienprofil durch Riss und innerhalb des blauen Quadrates in Subwürfel (2,1)	77
4.3	Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Feldkamp Rekonstruktion	77
4.4	Würfelphantom mit Defekten, 200 Winkel, 3. Iteration	77
4.5	Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion mit A priori Startvolu- men, 1. Iteration	78

4.6	Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion ohne A priori Startvolumen, 1. Iteration	78
4.7	Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion mit A priori Startvolumen, 3. Iteration	78
4.8	Würfelphantom mit Defekten, 40 Winkel, Rekonstruktion ohne A priori Startvolumen, 3. Iteration	78
4.9	Grauwertvergleich Würfelphantom mit / ohne A priori Startvolumen entlang des roten Linienprofils	79
4.10	Berechnung der gewichteten Strahlsumme ohne a priori Gewichtung	86
4.11	Strahllängenberechnung mit binärer a priori Gewichtung	87
4.12	Flussdiagramm API-SART	87
4.13	Strahllängenberechnung mit binärer a priori Gewichtung und angepasster Gesamtstrahllänge	88
4.14	Strahllängenberechnung mit polynärer a priori Gewichtung und angepasster Gesamtstrahllänge	89
4.15	Skischnalle	92
4.16	Skischnalle, Grauwertverläufe	93
4.17	Skischnalle, API Volumen A - Thresholded und gefüllt	93
4.18	Skischnalle, API Volumen B - Combined und gefüllt	93
4.19	Skischnalle, API Volumen C - Furred und gefüllt	93
4.20	Skischnalle, 3. Iteration, ohne API, 40 Projektionen	94
4.21	Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen A, 40 Projektionen	94
4.22	Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen A und SLK, 40 Projektionen	94
4.23	Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen B, 40 Projektionen	95
4.24	Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen B und SLK, 40 Projektionen	95
4.25	Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen C, 40 Projektionen	95
4.26	Skischnalle, 3. Iteration, mit API Volumen C und SLK, 40 Projektionen	95
4.27	Skischnalle, 3. Iteration, Grauwertverlauf, API Volumen	96
4.28	Skischnalle 90°, Grauwertverläufe	99
4.29	Skischnalle, API Volumen A - Thresholded und gefüllt	99
4.30	Skischnalle, API Volumen B - Combined und gefüllt	99
4.31	Skischnalle, API Volumen C - Furred und gefüllt	99
4.32	Skischnalle 90°, 3. Iteration, ohne API	100
4.33	Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen A	100
4.34	Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen A und SLK	100
4.35	Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen B	101
4.36	Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen B und SLK	101
4.37	Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen C	101
4.38	Skischnalle 90°, 3. Iteration, mit API Volumen C und SLK	101
4.39	Skischnalle 90°, 3. Iteration, Grauwertverlauf, API Volumen	102
5.1	ROI Korrektur für Laminographie	106
5.2	Computerlaminographie-Anlage CLARA, Innenansicht	107
5.3	FVK	108
5.4	FVK, Linienprofil	108
5.5	FVK ROI, ROI Rekonstruktion, SART 3. Iteration	108
5.6	FVK ROI, ROI Rekonstruktion, SART mit ROI Korrektur, 3. Iteration	108
5.7	Thermoplast	110
5.8	Thermoplast, Linienprofil	110
5.9	Thermoplast, ROI Rekonstruktion, SART 3. Iteration	110
5.10	Thermoplast, ROI Rekonstruktion, SART mit ROI Korrektur, 3. Iteration	110
5.11	PUR	112
5.12	PUR, Linienprofil	112

5.13 PUR, ROI Rekonstruktion, SART 3. Iteration	112
5.14 PUR, ROI Rekonstruktion, SART mit ROI Korrektur, 3. Iteration	112
5.15 Vergleich SART mit/ohne ROI Korrektur, Grauwertverläufe	114
6.1 Region of interest Konzept	118

Literaturverzeichnis

- [1] J. Amanatides and A. Woo. A fast voxel traversal algorithm for ray tracing. *Eurographics* 87, 1987.
- [2] A. Andersen and A. Kak. Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): a superior implementation of the art algorithm. *Ultrason Imaging*, 6(1):81–94, Jan 1984.
- [3] A. Bocage. Procédé et dispositif de radiographie sur plaque en mouvement, 1922.
- [4] J. Cleary and G. Wyvill. Analysis of an algorithm for fast ray tracing using uniform space subdivision. *The Visual Computer*, 4:65–83, 1988.
- [5] A. M. Cormack. Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications. *Journal of Applied Physics*, 34(9):2722–2727, 1963.
- [6] S. Dale, P. Edholm, L. Hellstrom, and L. S. Ectomography - a tomographic method for gamma camera imaging. *Phys. Med. Biol.*, 30(11):1237–1249, 1985.
- [7] J. T. Dobbins III and J. D. Godfrey. Digital x-ray tomosynthesis: current state of the art and clinical potential. *Phys. Med. Biol.*, 48(R65), 2003.
- [8] L. Feldkamp, L. Davis, and J. Kress. Practical cone-beam algorithm. *Journal of the Optical Society of America A*, 1:612–619, 1984.
- [9] C. Fox, H. Romeijn, and J. Dempsey. Fast voxel and polygon ray-tracing algorithms in intensity modulated radiation therapy treatment planning. *Med Phys*, 33(5):1364–71, 2006.
- [10] E. Garduno and T. G. Herman. Optimization of Basis Functions for Both Reconstruction and Visualization. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 46, 2001.
- [11] P. Gilbert. Iterative Methods for the Three-dimensional Reconstruction of an Object from Projections. *Journal of Theoretical Biology*, 36:105–117, 1972.
- [12] S. Gondrom. *Rekonstruktion von Objektebenen aus Röntgendurchstrahlungsaufnahmen bei unvollständigen Datensätzen unter Verwendung von a priori Informationen*. PhD thesis, Saarbrücken, Universität, Dissertation, 2001, 2001.
- [13] S. Gondrom. New approach for a fast reconstruction of limited data from x-ray tomography and laminography. In *Proc. of 8th ENDT*, 2002.
- [14] S. Gondrom, J. Zhou, M. Maisl, H. Reiter, M. Kröning, and W. Arnold. X-ray computed laminography: an approach of computed tomography for applications with limited access. *Nuclear Engineering and Design*. 190, pages 141–147, 1999.
- [15] R. C. Gonzalez and R. E. Woods. Digital image processing. 3rd ed. New Jersey : Pearson Education, Inc., 2008.
- [16] R. Gordon, R. Bender, and G. T. Herman. Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography. *J Theor Biol*, 29(3), 1970.

- [17] D. G. Grant. TOMOSYNTHESIS: A Three-Dimensional Radiographic Imaging Technique. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 19(1), 1972.
- [18] G. Grossmann. Procédé et dispositif pour la représentation radiographique des sections des corps, 1934.
- [19] H. Guan and R. Gordon. A projection access order for speedy convergence of art. *Physics in Medicine and Biology*, 39, 2005.
- [20] H. Guan, R. Gordon, and Y. Zhu. Combining various projection access schemes with the art for low-contrast detection in ct. *Physics in Medicine and Biology*, 1998.
- [21] G. Han, Z. Liang, and J. You. A fast ray-tracing technique for tct and ect studies. In *Nuclear Science Symposium, 1999. Conference Record. 1999 IEEE*, volume 3, pages 1515–1518, 1999.
- [22] G. Herman. *The Fundamentals of Computerized Tomography*. Academic Press, NY, 1980.
- [23] G. T. Herman and L. B. Meyer. Algebraic reconstruction techniques can be made made computationally efficient. *IEE Transactions on medical imaging*, 12(3), 1993.
- [24] G. Hounsfield. A method of and apparatus for measuring X or gamma radiation. UK Patent 1283915, 1968-72.
- [25] M. Jiang and G. Wang. Convergence of the simultaneous algebraic reconstruction technique (sart). *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(8):957–961, 2003.
- [26] S. Kaczmarz. Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen. *Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences et des Lettres*, 35:355–357, 1937.
- [27] A. C. Kak and M. Slaney. *Principles of Tomographic Imaging*. IEEE Press, 1999.
- [28] T. Kay and J. Kajiya. Ray tracing complex scenes. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 20(4):269–278, 1986.
- [29] I. Kazantsev, S. Matej, and R. Lewitt. Optimal ordering of projections using permutation matrices and angles between projection subspaces. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 20:205–216, 2005.
- [30] T. Koehler. A projection access scheme for iterative reconstruction based on the golden section. *Proc. IEEE Nucl. Sci. Med. Imag. Conf.*, 2004.
- [31] M. Kunz. Master thesis : On improving the accuracy and speed of gpu-based simultaneous algebraic reconstruction techniques. Master's thesis, Universität des Saarlandes, 2010.
- [32] R. M. Lewitt. Alternatives to voxels for image representation in iterative reconstruction algorithms. *Physics in Medicine and Biology*, 37:705–716, 1992.
- [33] A. Louis. Picture reconstruction from projections in restricted range. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2(2):209–220, 1980.
- [34] A. Louis. Incomplete data problems in x-ray computerized tomography;:singular value decomposition of the limited angle transform. *Numerische Mathematik*, 48(3):251–262, 1986.
- [35] A. Louis. *Inverse und schlecht gestellte Probleme*. Stuttgart : Teubner, (Teubner Studienbücher - Mathematik), 1989.
- [36] M. Maisl and S. Gondrom. 3D Reconstructions of Micro-Systems using X-Ray Tomographic Methods. *Canadian Institute for NDE: World Conference on Nondestructive Testing (16) : WCNDT 2004*, 21:498–516, 2004.

- [37] M. Maisl, S. Gondrom, J. Zhou, H. Reiter, M. Kröning, and W. Arnold. X-ray computed laminography: an approach of computed tomography for applications with limited access. *Nuclear Engineering and Design*, 190(1-2):141 – 147, 1999.
- [38] M. Maisl, F. Porsch, and C. Schorr. Computed laminography for x-ray inspection of light-weight constructions. *Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung e.V. (DGZfP): International Symposium on NDT in Aerospace. Berlin : Deutsche Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung (DGZfP)*, 2010.
- [39] M. Maisl, F. Porsch, C. Schorr, and U. Haßler. X-ray computed laminography: an approach of computed tomography for applications with limited access. *Leitfaden zur industriellen Röntgentechnik : Zerstörungsfreie Prüfung mit Bildverarbeitung*, 11:15–18, 2010.
- [40] M. Maisl, H. Reiter, J. Zhou, and S. Gondrom. Prüfung flächiger komponenten mit der computerlaminographie. *Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung e.V. (DGZfP): Methodische Ansätze zur Lösung von speziellen Prüfproblemen*, pages 109–116, 1996.
- [41] M. Maisl, C. Schorr, F. Porsch, and U. Haßler. Computerlaminographie, Grundlagen und technische Umsetzung. *Österreichische Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung (ÖGZfP): Industrielle Computertomografie : Zerstörungsfreie Bauteilprüfung, 3D-Materialcharakterisierung und Geometriebestimmung.*, pages 261–266, 2010.
- [42] Müller, Yagel, and Cornhill. The Weighted Distance Scheme: A Globally Optimizing Projection Ordering Method for ART. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 16(2):223–230, 1997.
- [43] F. Natterer and F. Wübbeling. *Mathematical Methods in Image Reconstruction*. Philadelphia : SIAM; Monographs on Mathematical Modeling and Computation, 2001.
- [44] D. Parker. Optimal short scan convolution reconstruction for fan beam ct. *Medical Physics*, 9(2):254–257, 1982.
- [45] d. Z. Plantes. Eine neue Methode zur Differenzierung in der Röntgenographie. *Acta Radio*, 13, 1932.
- [46] H. Reiter, J. Zhou, W. Arnold, and M. Maisl. Computed laminography for materials testing. *Applied Physics Letters*. 68, pages 3500–3502, 1996.
- [47] C. Schorr. Diplomarbeit : 3D Rekonstruktion unvollständiger Daten in spezieller Geometrie. Master’s thesis, Universität des Saarlandes, 2006.
- [48] C. Schorr and M. Maisl. Computed laminography using a priori information. *Proceedings, Conference on Industrial Computed Tomography (ICT), Wels, Austria*, 2012.
- [49] R. Siddon. Prism representation: a 3d ray-tracing algorithm for radiotherapy applications. *Phys. Med. Biol.*, 30(8), 1985.
- [50] K. Tanabe. Projection method for solving a singular system of linear equations and its applications. *Numerische Mathematik*, 17:203–214, 1971.
- [51] A. Vallebona. Una modalità di tecnica per la dissociazione radiografica delle ombre applicata allo studio del cranio. *Radiol Med*, 17:1090–1097, 1930.
- [52] J. Weickert. *Anisotropic filtering in image processing*. B.G.Teubner, Stuttgart, 1998.
- [53] F. Xu and K. Mueller. Accelerating Popular Tomographic Reconstruction Algorithms On Commodity PC Graphics Hardware. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 52(3):654–663, 2005.

- [54] W. Xu, F. Xu, M. Jones, B. Keszthelyi, J. Sedat, D. Agard, and K. Mueller. High-performance iterative electron tomography reconstruction with long-object compensation using graphics processing units (gpus). *Journal of Structural Biology*, 171(2):142–153, 2010.
- [55] W. Zbijewski and F. Beekman. Characterization and suppression of edge and aliasing artefacts in iterative x-ray ct reconstruction. *Phys. Med. Biol*, 49, 2003.
- [56] Y. Zhang. Edge-enhancing anisotropic diffusion filter applied on 3D CT image restoration. Technical report, Universität des Saarlandes, 2012.
- [57] J. Zhou, M. Maisl, H. Reiter, and W. Arnold. Computed Laminography for Materials Testing. *Applied Physics Letters*, 68(24), 1996.